mard de reconnaître ces différentes relations si difficiles à découvrir dans les terrains primordiaux, et souvent même impossibles à voir, lorsque la forme et les autres circonstances du sol ne s'y prêtent pas. Nous avons cru cet avertissement nécessaire, pour qu'on ne regarde pas les coupes jointes à la carte comme une représentation réelle de l'ordre de superposition, etc., des différentes roches qui y sont réunies (1).

(1) La Corse a été, depuis long-temps, l'objet des espérances des personnes qui se livrent à la recherche des mines. Les résultats auxquels M. Gueymard est arrivé confirment l'idée juste que les géologues s'étaient faite d'après ces anciennes recherches, du peu de suite de la plupart des indices de minerais métalliques qui y avaient été découverts. La division principale des terrains, et le gisement des roches les plus remarquables par leurs brillantes qualités, telles que l'euphotide vert de Corse, la diabase orbiculaire, le pyroméride globaire, etc., avaient déjà été indiqués par des naturalistes dont les premiers efforts ne doivent point être oubliés. Ainsi Gensanne et M. Barral avaient figuré sur des cartes géologiques les principales divisions de terrains que M. Gueymard a fait connaître d'une manière beaucoup plus complète et plus précise. Ils avaient signalé les principales mines, sans avoir néanmoins désigné avec autant de précision et leur allure et l'époque de formation des terrains qui les renferment; et Besson, quoique minéralogiste, en nommant ces indications, n'y a presque rien ajouté. M. Rampasse, le général Michaud, M. Willot, mais sur-tout M. Mathieu, capitaine d'artillerie, ont donné des détails très-circonstanciés sur la position du porphyre globuleux de Sartène, roche décrite depuis si exactement par M. de Monteiro, sous le nom de pyroméride globaire. (*Note du Rédacteur*, ALEX. B.)

SUR LA MÉTHODE

De calculer les angles des cristaux et le rapport de position de leurs faces;

PAR M. E. MITSCHERLICH.

UN des problèmes fondamentaux de la cristallographie, est de rechercher comment à la rencontre de plusieurs faces, les unes déterminent les autres par leur situation relative, c'est-à-dire par le parallélisme de leurs arêtes, pour pouvoir ensuite calculer les angles. J'ai tâché de ramener tous les problèmes observés, ainsi que le calcul des angles, à quelques règles générales et peu compliquées. Les règles que je vais rapporter comprennent presque tout le calcul dont on a besoin en cristallographie; les cas particuliers que j'ai omis, et qui sont très-rares, peuvent être facilement résolus par la même méthode.

Pour calculer les angles et la situation relative des plans, je me suis servi de la trigonométrie sphérique et de quelques constructions géométriques. Lorsque l'on a à déterminer la valeur des angles et le rapport de situation des faces, il est bien facile de désigner les plans d'après la méthode de MM. Haüy, Weiss, Bernhardi ou Mohs.

I. La trigonométrie sphérique enseigne à calculer, les élémens nécessaires étant donnés, le rapport des angles et des côtés d'un triangle sphérique quelconque. On peut consulter les traités élémentaires de trigonométrie sphérique pour connaître la méthode par laquelle on est parvenu à des formules pour le calcul du triangle sphérique trièdre. On divise chaque polygone sphérique en des triangles sphériques, et on parvient par conséquent, en se servant des mêmes formules, à déterminer toutes les parties du polygone sphérique.

Les formules pour les triangles sphériques, telles qu'elles se trouvent dans les traités élémentaires, admettent une application immédiate au calcul cristallographique (1) : ceux qui connaissent cette partie des mathématiques, ne trouvent aucune difficulté en l'appliquant à ce cas particulier ; cependant j'entrerai, à cet égard, dans un peu plus de détails que je n'ai peut-être besoin de le faire.

Ordinairement, on n'a besoin que de calculer les angles trièdres isocèles, et il arrive rarement qu'on soit obligé de résoudre des triangles trièdres scalènes : ainsi le cas qui se présente le plus fréquemment est celui d'un triangle isocèle ABA′ (Pl. II, *fig.* 1re.), dans lequel l'angle A est égal à A′. On divise ce triangle en deux triangles trièdres égaux par l'arc BC, tiré perpendiculairement du point B sur l'arc AA′. L'angle que le plan COB forme avec le plan COA est par conséquent

(1) M. Haüy, et ceux de son école, ne se servent que de la trigonométrie rectiligne ; elle n'admet cependant une application que lorsque les dimensions ou les axes des formes primitives sont dans un rapport simple ; ce qui se trouve en effet dans la classe des formes primitives, que M. Haüy appelle formes limites. Dans toutes les autres formes primitives que l'on a déterminées par des instrumens qui admettent une mesure exacte, ce rapport simple ne s'est point trouvé. Les mesures de MM. Malus, Wollaston, Biot, Philipps, ont prouvé que la supposition d'un rapport simple des dimensions, dans laquelle la méthode de M. Haüy est seulement applicable, quoique toujours avec de grandes difficultés et de grands détours, n'est pas fondée sur des faits.

un angle droit. Pour calculer l'angle trièdre BCA, dans lequel C est l'angle droit, on se sert des formules trigonométriques suivantes :

$$\cos. A = \sin. B \cos. a \quad (1),$$
$$\text{tg. } a = \sin. b \text{ tg. } A \quad (2),$$
$$\cos. c = \text{cotg. } A \text{ cotg. } B \quad (3),$$
$$\cos. c = \cos. a \cos. b \quad (4),$$
$$\sin. a = \sin. c \sin. A \quad (5),$$
$$\text{tang. } a = \cos. B \text{ tg. } c \quad (6).$$

Dans lesquels les côtés du triangle sont désignés par a, b, c, et les angles qui leur sont opposés, par A, B, C. La *fig.* 1 est un prisme oblique à base rhombe. Les trois plans M′, M″, P forment en O un triangle solide, que nous diviserons par le plan OFO′G en deux triangles égaux. Ce nouveau plan forme, avec les plans P et M,′ un triangle trièdre, dans lequel l'angle formé par le plan P avec le plan OFO′G, est un angle droit, que nous appellerons C. Nous appellerons a le côté du plan OFO′G, b le côté du plan P, c le côté du plan M, A l'angle formé par les plans P et M, et B l'angle formé par les plans M et OFO′G. Si nous avons déterminé par la mesure l'angle A que P fait avec M′ et celui que M′ fait avec M″ = 2 B, nous aurons

$$\cos. a = \frac{\cos. A}{\sin. B} \ (1) =$$

le cos. de l'angle formé par le plan P avec l'arête entre M′ et M″, ou avec l'axe du prisme. Il est encore évident que puisque l'angle formé par les plans P et M est un angle obtus, on doit calculer le supplément du triangle sphérique : par conséquent on aura aussi le supplément de l'angle formé par P avec l'arête u. Veut-on calculer le côté du plan P (c'est-à-dire, l'angle plan BOB, *fig.* 2), alors appelons B l'angle formé par P et M, A l'angle formé par M et O F O′ G, et a la moitié de l'angle plan BOB, qui a pour mesure l'arc a, on aura :

$$\frac{\cos. A}{\sin. B} = \cos. a \ (1) =$$

le cos. de la moitié du côté du plan P. Je calculerai ensuite d'après ces formules des cristaux de deux sels, qui sont riches en plans secondaires ; c'est pourquoi je m'abstiens maintenant de donner d'autres exemples.

Les faces secondaires des cristaux forment, soit avec les plans primitifs, soit les unes avec les autres, des arêtes parallèles ; leur inclinaison et leur rapport réciproque sont déterminés par le parallélisme de ces arêtes, et on trouve, par un calcul bien simple, les angles qu'ils forment, quand les élémens nécessaires sont donnés. Je choisirai parmi les formes cristallines celles que l'on rencontre le plus souvent et qui présentent les cas les plus compliqués, c'est-à-dire le prisme oblique à base rhombe ; et je vais maintenant résoudre les problèmes qui peuvent avoir lieu.

II. Les angles que les arêtes formées par les plans qui ont résulté d'un décroissement sur les arêtes terminales tant obtuses qu'aiguës, font avec l'axe, et celui que le plan P fait avec l'axe, sont à déterminer réciproquement. (Voyez *fig.* 3 et 4.)

Les faces n', n'' proviennent d'un décroissement sur les arêtes terminales obtuses et t', t'' d'un décroissement sur les arêtes terminales aiguës : le plan P est le plan terminal du prisme (1), et en supposant que deux de ces trois parties soient

(1) Ce qui répond à la face, appelée base par M. Haüy.

connues, on ne peut déterminer la troisième que dans le cas où les arêtes formées par t'' et n' et par t' et n'', sont parallèles au plan mené par les coins EE du prisme. Prolongez les arêtes r', r'', k et c jusqu'à ce qu'elles se rencontrent en o, et elles s'y rencontreront nécessairement, puisque les arêtes r', r'' sont parallèles au plan mené par les coins EE, et que leur inclinaison à l'axe est la même, et puisque encore les arêtes k et c sont parallèles au plan mené par les coins F et O, qu'elles sont formées par les plans n' n'' et t' t'', qui ont résulté d'une troncature des arêtes terminales aiguës et obtuses : gh est une des diagonales du rhombe P et vc est l'autre ; oi est l'axe du prisme. Si deux des trois angles voi, oic, et coi ont été donnés, le problème est de trouver le troisième. La *fig.* 5 représente ce triangle, dans lequel $vi = ci$, car les diagonales d'un rhombe se divisent en deux parties égales. Donc, en tirant vk perpendiculairement à l'axe, prolongez oc à k et oi à s ; et menant cp perpendiculairement à vk, on aura

$$os : cp :: sk : pk ;$$

mais $cp = 2\ is$, et $pk = sk - vs$:

par conséquent

$$os : 2\ is :: sk : sk - vs.$$

Cherchons, pour cette équation, une expression trigonométrique, nous aurons, si nous appelons a l'angle $vis = oic$, c l'angle voi, et b l'angle ioc (1),

(1) Pour obtenir cette transformation, il faut considérer, pour le premier rapport, les deux triangles vos et vis ; et pour le second rapport, les deux triangles vos et sok. On a

$$\text{cotg. } c : 2 \text{ cotg. } a :: \text{tg. } b : \text{tg. } b - \text{tg. } c$$
$$:: \text{cotg. } c : \text{cotg. } c - \text{cotg. } b$$

par conséquent

$$\text{cotg. } c = 2 \text{ cotg. } a + \text{cotg. } b.$$

Si le rapport de deux de ces cotangentes est donné, on trouve bien facilement leur rapport à la troisième. Par exemple, si le rapport de la cotangente a à la cotangente b est connu, et qu'on veuille savoir quel est le rapport de la cotangente a à la cotangente c, on n'a qu'à diviser les deux parties de l'équation par la cotg. a, et on aura

$$\frac{\text{cotg. } c}{\text{cotg. } a} = 2 + \frac{\text{cotg. } b}{\text{cotg. } a};$$

et de la même manière on trouve le rapport des cotangentes dans les autres cas.

III. Si les arêtes obtuses du prisme sont tronquées, et que le coin formé par ces nouveaux plans avec les plans latéraux soit remplacé par une face rhomboïdale, il s'agit alors, en connaissant deux des trois parties; savoir, l'inclinaison du plan P à l'axe, ou celle de l'arête formée par les plans qui remplacent les arêtes obtuses à l'axe, ou celle du rhombe à l'axe; il s'agit, dis-je, deux de ces choses étant connues, de trouver la troisième.

Les plans n', n'' (*fig.* 3) ont résulté d'une troncature des arêtes terminales obtuses du prisme, et le plan *adbe* est un rhombe. Menons les lignes *am* et *bm*, qui sont des prolongemens des lignes $s'b$ et $s''a$, puis *em* et *dm*, qui sont des prolongemens de k et u; tirons les diagonales du rhombe *ab* et *de* et la ligne *ml*.

pour le premier, $os : 2is :: \text{cotg. } c : \text{cotg. } a$; et pour le second, $sk : sk. - vs :: \text{tang. } b : \text{tang. } b - \text{tang. } c$. Et en mettant pour les tang. leurs valeurs en cotang., on a la proposition ci-dessus.

L'angle *lme* est égal à l'angle que le plan P fait avec l'arête u; car, puisque les plans n', n'' remplacent les arêtes terminales obtuses du prisme, un plan mené par $s'ms''$ est parallèle au plan P; la diagonale du rhombe est divisée par l'autre diagonale *ab* en deux parties égales *dl* et *le*.

La *fig.* 6 représente le triangle *dme* : menons *ts* parallèlement à *me*, cette ligne est par conséquent l'axe du prisme; tirons la ligne *ms* perpendiculairement sur *ts*; menons du point m la ligne *mt* parallèlement à *ed*, et prolongeons *lm* jusqu'à r : puisque $dl = le$, $lm = lr$ et $td = dr$, nous avons $ts = 2\, ds - rs$; et si nous appelons a l'angle formé par le plan P avec l'axe, c'est-à-dire l'angle *mrs*, b celui que l'arête formée par les plans qui remplacent les arêtes obtuses terminales fait avec l'axe, c'est-à-dire l'angle *mds*; et c l'angle formé par le rhombe avec l'axe du prisme, c'est-à-dire l'angle *eds* qui est égal à l'angle *mts*, nous aurons

$$\text{cotang. } c = 2 \text{ cotang. } b - \text{cotang. } a.$$

De cette équation, on tire, comme de la quatrième, le rapport de deux cotangentes étant donné, le rapport de la troisième à celle-là.

IV. Si les arêtes aiguës du prisme sont tronquées, et que le coin formé par ces deux plans avec les plans latéraux du prisme soit remplacé par une face rhomboïdale, deux des trois parties suivantes étant connues; savoir, l'inclinaison du plan P à l'axe; celle de l'arête formée par les plans qui ont résulté de la troncature des arêtes terminales aiguës du prisme à l'axe, ou celle du rhombe à l'axe, il s'agit de déterminer la troisième.

Les plans t', t'' (*fig.* 3) sont les plans qui ont résulté de la troncature des arêtes terminales aiguës du prisme, et $xnqp$ est le rhombe, ny et qy sont des prolongemens des lignes $s''''p$ et $s'''n$, et qy et xy des prolongemens des arêtes f, u : par conséquent l'angle que zy fait avec u est égal à celui que P fait avec u.

La *fig.* 7 représente le triangle xyq. Tirez la ligne eg parallèlement à yx, la ligne eg est alors l'axe du prisme; menez la ligne yn perpendiculairement sur eg, et tirez yg de manière qu'elle divise la ligne qx en deux parties égales; complétez le parallélogramme $yeqx$ en menant la ligne ye parallèlement à qx, nous aurons $qz = zx$: par conséquent $gz = zy$ et $eq = qg$; par conséquent $en = 2\,qn + gn$.

Si nous appelons a l'angle ygn, qui est l'inclinaison du plan P à l'axe, b l'angle yqn, qui est l'inclinaison de l'arête formée par les plans t', t'' à l'axe, et c l'angle xqn, qui est l'inclinaison du rhombe à l'axe, nous aurons

$$\text{cotg. } c = 2 \text{ cotg. } b + \text{cotg. } a.$$

V. Si les coins EE du prisme sont tronqués, les plans qui résultent de cette troncature forment l'un avec l'autre, ou tous les deux avec le plan P, des arêtes qui sont parallèles à la diagonale oblique (1) du plan P, et ils forment avec un plan qui a résulté d'un décroissement, soit du coin F, soit du coin O, des arêtes qui sont parallèles aux arêtes que ce dernier plan fait avec les plans latéraux; c'est-à-dire que ce dernier plan est un rhombe.

(1) J'appelle la diagonale du plan P qui est menée de F à O, la diagonale oblique; et celle qui est menée de E à E, la diagonale horizontale.

Les plans n', n'' (*fig.* 8 et 9) ont résulté d'une troncature du coin EE, et f d'une troncature du coin F. Les arêtes formées par n', n'' et P sont parallèles à la diagonale oblique du plan P, et f est un rhombe.

On peut calculer l'inclinaison de ces plans d'après les formules trigonométriques susmentionnées; mais comme il est nécessaire qu'on connaisse le rapport qui existe entre les formes secondaires et primitives, il vaut mieux chercher d'abord une formule pour le triangle qui mesure les décroissemens du coin E.

1. La *fig.* 10 représente un prisme oblique à base rhombe, dans lequel nous voulons déterminer le triangle mensurateur ekr, en connaissant l'inclinaison du plan M à M et du plan P à l'axe : soient l'angle formé par M et M $= 2b$ et celui formé par le plan P et l'axe $- a$. La ligne lz est perpendiculaire sur lg et iz d'après les propriétés de cette figure primitive. Cette ligne divise l'axe en deux parties égales $sp = pe$; spl est un angle droit, parce que l'axe est parallèle à l'arête u : par conséquent

$$\frac{sp}{lp} = \text{cotg. } a,$$

$$\text{et } \frac{se}{lp} = 2 \text{ cotg. } a.$$

Menons rk perpendiculairement à li et tirons ek, celle-ci sera nécessairement perpendiculaire à er et nous aurons dans le triangle kse,

$$\frac{ke}{se} = \text{sin. } a$$

$$\text{et } \frac{ke}{lp} = 2 \text{ cotg. } a \text{ sin. } a = 2 \text{ cos. } a.$$

La ligne lp est la moitié d'une des diagonales d'une section perpendiculaire aux arêtes latérales, et er est parallèle et égale à l'autre demi-diagonale de la même section : par conséquent

$$\frac{er}{lp} = \text{tg. } b$$

$$\text{et } \frac{er}{ke} = \frac{\text{tg. } b}{2 \cos. a};$$

et si nous appelons c l'angle ekr du triangle mensurateur, nous aurons

$$\text{tg. } c = \frac{\text{tg. } b}{2 \cos. a}.$$

2. Venons à présent au problème même. Soient *fig.* 8 et 9 l'inclinaison du plan f à l'axe $= d$, celle de M' à $M'' = 2b$, celle de P à l'axe $= a$, celle de n' à $n'' = 2e$, le plan f est un rhombe, et par conséquent l'angle v est égal à v' ; le plan f forme avec les plans latéraux un triangle sphérique isocèle, que nous diviserons en deux triangles sphériques égaux, dans lesquels un des angles est un angle droit et l'inclinaison de f à u et celle de M' à M'' est connue : par conséquent

$$\text{tg. } \tfrac{1}{2} v' = \sin. d \,\text{tg. } b \ (\text{I}, 2).$$

Le plan f forme de même un triangle sphérique isocèle avec les plans n', n'', dans lequel nous connaissons l'angle plan v' et l'inclinaison de l'arête formée par les plans n', n'' à f, qui est égal à $a+d$: par conséquent

$$\text{tg. } e = \frac{\text{tg. } \frac{1}{2} v}{\sin (a+d)} = \frac{\sin. d \,\text{tg. } b}{\sin. (a+d)}.$$

Si nous divisons cette formule par la précédente, que nous avons trouvée pour le triangle mensurateur, nous aurons

$$\frac{\text{tg. } e}{\text{tg. } c} = \frac{2 \cos. a \sin. d}{\sin. (a+d)} = \frac{2 \cos. a \sin. d}{\sin. a \cos. d + \sin. d \cos. a} \ (1),$$

par conséquent

$$\frac{\text{tang. } c}{\text{tang. } e} = \frac{\sin. a \cos. d + \sin. d \cos. a}{2 \cos. a \sin. d.} =$$

$$\frac{\text{tg. } a \text{ ctg. } d}{2} + \tfrac{1}{2} = \frac{\text{cotg. } d}{2 \text{ cotg. } a} + \tfrac{1}{2};$$

par conséquent

$$\frac{\text{tang. } e}{\text{tang. } c} = \frac{2 \text{ cotg. } a}{\text{cotg. } d + \text{cotg. } a}$$

$$\frac{\text{cotg.} d}{\text{cotg.} a} = \frac{2 \text{ tang. } c - \text{tang. } e}{\text{tang. } e}.$$

3. Si le rhombe a résulté d'une troncature du coin O, la marche de la déduction est tout-à-fait la même, et la formule ne diffère de la précédente qu'en ce que cos. a de la formule précédente devient négatif, parce que l'angle a est un angle obtus; et nous avons dans ce cas

$$\frac{\text{tg. } e}{\text{tg. } c} = \frac{2 \text{ ctg. } a}{\text{cgt. } d - \text{ctg. } a},$$

$$\text{et } \frac{\text{cotg. } d}{\text{cotg. } a} = \frac{2 \text{ tg. } c + \text{tg. } e}{\text{tg. } e}.$$

---

(1) Car, d'après une formule connue,

$$\sin. (a \pm b) = \frac{\cos. a \cos. b \pm \sin. b \cos. a}{\text{R}}.$$

VI. Les coins E sont tronqués, et les plans qui en résultent forment des arêtes avec le plan P qui sont parallèles à la diagonale oblique de ce plan, et qui forment, avec les plans qui ont résulté d'une troncature parallèle aux arêtes obtuses ou aiguës du prisme, des arêtes qui sont parallèles au plan mené par les coins E du prisme. Ce problème, que l'on ne rencontre que très-rarement, est résolu de la même manière que les précédens. Les plans n', n'' (*fig.* 11 et 12) forment, avec le plan P, des arêtes qui sont parallèles à la diagonale oblique de ce plan, et avec les plans t', t'' qui ont résulté d'une troncature parallèle aux arêtes aiguës du prisme, ils forment les arêtes r', r'', qui sont parallèles au plan mené par les coins E. Il suit de ce rapport des plans, que l'arête formée par les plans t', t'' étant remplacée par un plan f, ce nouveau plan est un rhombe: on le conçoit facilement, si l'on dessine la figure de manière que l'arête w soit opposée au dessinateur et si l'on trace ensuite les plans n et t.

Je vais ajouter ici le calcul des cristaux d'arséniate à base d'ammoniaque et d'arséniate ou phosphate double à base de soude et d'ammoniaque, pour faire l'application des méthodes susmentionnées. J'ai déterminé dans l'arséniate d'ammoniaque par la mesure, les trois angles suivans,

$$\begin{aligned} P : M &= 105°54' \\ P : f &= 109°\ 6' \\ M : M &= 85°54' \end{aligned}$$

Il s'agit de calculer, ces trois angles étant donnés, le rapport des plans et les angles de toutes les modifications que ce sel présente.

Les plans P, M, M forment un triangle sphérique isocèle, par conséquent (form. I, 1)

$$\begin{aligned} \log.\ \cos.\ A &= \log.\ \cos.\ 74°\ 6' = 9{,}43769 = \log.\ \cos.\ \text{supp. } P : M. \\ \log.\ \sin.\ B &= \log.\ \sin.\ 42°57' = 9{,}83338 = \log.\ \sin.\ \tfrac{1}{2}\,(M : M) \\ \hline \log.\ \cos.\ a &= \log.\ \cos.\ 66°18' = 9{,}60431 = \log.\ \cos.\ \text{supp. } P : u, \end{aligned}$$

l'inclinaison du plan P à $f = 109°6'$,

et l'inclinaison du plan P à l'axe $= 66°18'$;

par conséquent l'inclinaison du plan f à l'axe $= 42°48'$.

Le plan f ayant résulté d'un décroissement sur le coin F, il est nécessaire, d'après la théorie cristallographique, que la cotangente de l'inclinaison de P à l'axe, et celle de l'inclinaison de f à l'axe soient dans un rapport simple:

$$\begin{aligned} \log.\ \cos.\ 42°48' &= 0{,}03338 \\ \log.\ \cot.\ 66°18' &= 9{,}64253 \\ \hline & \ 0{,}39095 \end{aligned}$$

Le rapport est comme 2 : 4,92, par conséquent à-peu-près comme 2 : 5. Une erreur de quelques minutes, qui est inévitable dans les trois mesures par lesquelles nous avons obtenu ce résultat, a été la cause de cette différence.

Après avoir calculé, par cette méthode, le rapport entre les cotangentes des angles que les plans f et P forment avec l'axe, il faut déterminer les inclinaisons de ces plans avec plus de précision; on y parvient en se servant de l'inclinaison mesurée du plan P au plan f.

VII. Il s'agit de résoudre alors le problème suivant ; savoir, la somme de deux angles et le rapport de leurs tangentes ou cotangentes étant donnés, trouver les angles mêmes (voyez *fig.* 13).

$$\text{tg. } x : \text{tg. } y :: b : a$$
$$\text{ctg. } x : \text{ctg. } y :: a : b.$$

$$\text{cotg.} x + \text{cotg.} y : \text{cotg.} x - \text{cotg.} y :: a+b : a-b.$$

$$\frac{\text{cotg. } x + \text{cotg. } y \text{ (1)}}{\text{cotg. } x - \text{cotg. } y} = \frac{\sin. (x+y)}{\sin. (y-x)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\sin. (y-x) = \frac{a-b}{a+b} \sin. (x+y).$$

a est dans ces cristaux $= 1$, $b = 2\frac{1}{2}$ et $x = y = 109°6'$.

$$\log. \frac{a-b}{a+b} = \log. (-\tfrac{3}{7}) = 9{,}63202.$$
$$\log. \sin. 70°54' = 9{,}97541.$$
$$\log. \sin. y-x = 9{,}60743 = \log. \sin. 23°53'.$$
$$y - x = 23°53'$$
$$x + y = 109°6'$$
$$x = 66°29\tfrac{1}{2}'.$$
$$y = 42°36\tfrac{1}{2}'.$$

(1) Car, d'après une formule trigonométrique connue :

$$\text{cotg. } a + \text{cotg. } b = \frac{R^2 \sin (a+b)}{\sin. a \sin. b}.$$
$$\text{cotg. } a - \text{cotg. } b = \frac{R^2 \sin (b-a)}{\sin. a \sin. b}.$$

Prenons l'inclinaison du plan P à l'axe $= 66° 29\frac{1}{2}'$ comme angle juste, nous avons (I, 1)

$$P : M = 105°46',$$

et quant à la tangente c, qui est la tangente du triangle mensurateur des décroissemens du coin E, nous trouvons (V, 1)

$$\log. \text{tg. } b = 9{,}96890 = \log. \text{tg. } 42°57'$$
$$\log. 2 \cos. a = 9{,}90188 = \log. 2 \cos. 66°29\tfrac{1}{2}'$$
$$\log. \text{tg. } c = 0{,}06702.$$

Les plans n (*fig.* 8 et 9) forment des arêtes avec le plan P qui sont parallèles à la diagonale oblique de ce plan, et le plan f est un rhombe : nous aurons par conséquent (d'après la formule V, 2)

$$\frac{2 \text{ cotg. } a}{\text{cotg. } a + \text{cotg. } d} = \frac{\text{tg. } e}{\text{tg. } c}.$$

Le rapport des cotangentes pour l'inclinaison de P à l'axe et de f à l'axe, ou de cotangente a : cotangente d, étant comme $1 : 2\frac{1}{2}$, nous avons

$$\text{tg. } c : \text{tg. } e = \text{tg. } c : \text{tg. } \tfrac{1}{2}(n:n) :: 7 : 4,$$

et $\log. \text{ tg. } c = 0{,}06702$

$+ \log. \frac{4}{7} = 9{,}75696.$

Par conséquent $9{,}82398 = \log. \text{ tg. } 33°42' = \log. \text{ tg. } \frac{1}{2}(n:n)$ et $n' : n'' = 67°24'$.

Les plans n forment avec f un triangle sphérique isocèle, dans lequel nous connaissons l'inclinaison du plan f à l'arête formée par les plans n. Si ces plans sont prolongés, cette inclinaison est la même que celle de P à f, et en divisant ce triangle en deux triangles égaux, nous avons

log. cos. a = log. cos. $70°54'$ = 9,51484 = log. supp. (P : f).

log. sin. B = log. sin. $33°42'$ = 9,74517 = log. sin. $\frac{1}{2}$ (n' : n'').

log. cos. A = log. cos. $79°32'$ = 9,25901 = log. cos. supp. (n : f)

il s'ensuit l'inclinaison de n à f = $100°28'$.

Nous trouvons d'après l'inclinaison du plan f à l'arête u, et de celle de M' à M'' de la même manière (form. I, 1), l'inclinaison de f à M''' et M'''' = $126° 6'$, et celle de f à M' et M'' $59°54'$. Le supplément de l'inclinaison du plan n sur f est = $79°32'$, et par conséquent l'inclinaison du plan n sur M' et M'' = $79° 32' + 59° 54' = 139° 26'$.

D'après l'inclinaison du plan P à l'axe et celle du plan M' à M'', nous déterminons l'angle plan O (form. I, 2).

log. tg. A = lg. tg. $42°57'$ = 9,96890 = lg. tg. $\frac{1}{2}$ (M' : M'').
log. sin. b = lg. sin. $66°29\frac{1}{2}'$ = 9,96237 = lg. sin. sup. (P: u).

log. tg. a = lg. tg. $40°29'$ = 9,93127 = lg. tg. $\frac{1}{2}$ o.

Les plans t forment avec P un triangle sphérique isocèle, dans lequel sont connus l'angle plan O et l'angle que l'arête formée par les plans t fait avec le plan P. Ce dernier angle est le même que celui que le plan f fait avec P : cela posé, nous trouvons l'inclinaison de

P : t (I. 2) = $102°40'$
t : t (I. 2) = $84°12'$.

t : M''' et M'''' = $151°33'$.

Nous déterminons l'inclinaison de l'arête r à w en menant un plan par les coins E et un autre par les coins F et O. L'inclinaison du plan n au plan qui est mené par les coins F et O est de $33° 42' = \frac{1}{2} (n : n)$, et l'inclinaison du plan P à l'axe de $66°29'\frac{1}{2}$; par conséquent (form. I, 2)

$r : w = 148°33'$.

Nous calculons l'inclinaison de t à n de la manière suivante. L'inclinaison du plan n au plan mené par les coins F et O ($= 33°42'$), et celle du plan P à l'axe sont connues : de là, nous trouvons l'inclinaison du plan n au plan mené par les coins E' (form. I, 1) = $77°13'$: l'inclinaison du plan t au plan mené par les coins F et O ($= 42°5'\frac{1}{2}$) et celle du plan f à l'axe étant connues, nous trouvons l'inclinaison du plan t au plan mené par les coins E (form. I, 1) = $60° 26'$; la somme de ces angles trouvés est égale à l'inclinaison du plan t au plan n = $137°39'$. Les plans t forment avec x des arêtes qui sont parallèles aux arêtes que x forme avec les plans latéraux ; le plan x est par conséquent un rhombe, et on peut déterminer son rapport aux autres plans et les angles qu'il forme, par la méthode susmentionnée (V, 2, 3). On y parvient en cherchant d'abord le rapport de la tangente de $\frac{1}{2}$ (t' : t'') à la tangente de l'angle c du triangle mensurateur, pour le décroissement des coins E d'un prisme dont le plan terminal est f au lieu de P, suivant la formule :

$$\frac{\text{tg. } e}{\text{tg. } c} = \frac{2 \text{ cotg. } a}{\text{cotg. } a + \text{cotg. } d} \quad (\text{form. V, 2}).$$

Puisque nous avons trouvé que, dans ce sel,

$$\text{cotg.}\, a : \text{cotg.}\, d :: 5 : 2,$$

nous avons

$$\frac{\text{tang.}\, e}{\text{tang.}\, c} = \frac{10}{7}.$$

D'après cela, nous pouvons déterminer le rapport des cotangentes pour l'inclinaison du plan f à l'axe, et du plan x à l'axe (form. V, 3) : ayant trouvé tg. $c : tg\, e :: 7 : 10$, nous avons

$$\frac{\text{cotg.}\, d}{\text{cotg.}\, a} = \frac{2\,\text{tang.}\, c + \text{tg.}\, e}{\text{tg.}\, e} = \frac{24}{10}.$$

Connaissant le rapport de ces deux cotangentes, nous avons

$$\begin{aligned} \text{log. cotg. } (f \text{ à l'axe}) &= \text{log. cotg. } 42^\circ 36' \tfrac{1}{2} \\ &= 0{,}03656 \\ + \text{log. } \tfrac{12}{5} &= 0{,}38021 \\ \hline \text{log. cotg. } (x \text{ à l'axe}) &= \text{log. cotg. } 20^\circ 57' \tfrac{1}{2} = \\ &\quad 0{,}41677 : \end{aligned}$$

par conséquent $\quad x : u = 159^\circ 2' \tfrac{1}{2}$
$\qquad\qquad\qquad\quad x : f = 158^\circ 21'.$

On trouve l'inclinaison des plans M''' et M'''' et des plans t' et t'' à x, en divisant les triangles sphériques isocèles que ces plans forment avec x en deux triangles égaux; savoir,

$$\begin{aligned} x : t \quad &= 128^\circ 32' \\ x : \text{M}''' \text{ et M}'''' &= 129^\circ 31'. \end{aligned}$$

J'ai déjà suffisamment fait connaître l'usage des formules pour le triangle sphérique isocèle, je veux maintenant rapporter quelques exemples

où l'inclinaison des plans est déterminée par le parallélisme des arêtes qu'ils forment.

J'ai déterminé par la mesure

$$\begin{aligned} \text{M} : \text{M} \quad &= 38^\circ 44' \\ \text{P} : \text{l'axe} &= 80^\circ 42' \tfrac{1}{2} \\ f : \text{l'axe} &= 63^\circ 51' \tfrac{1}{2}. \end{aligned}$$

P est le plan terminal primitif, les plans t remplacent les arêtes terminales aiguës, et f est un rhombe.

Soient l'inclinaison du plan P à l'axe $= a$, celle du rhombe à l'axe $= c'$, et celle de l'arête formée par les plans t à l'axe $= b$: puisque, d'après la mesure cot. a : cot. c :: cot. $80^\circ 42' \tfrac{1}{2}$: cot. $63^\circ 51' \tfrac{1}{2}$ :: 1 : 3,

nous avons

$$\frac{\text{cotg.}\, b}{\text{cotg.}\, a} = \frac{\text{cotg.}\, c - \text{cotg.}\, a}{2\,\text{cotg.}} = 1 :$$

l'arête formée par les plans t fait par conséquent le même angle avec l'axe que le plan P, c'est-à-dire $80^\circ 42' \tfrac{1}{2}$. Les plans t forment avec P un triangle isocèle, dans lequel sont connus l'angle du plan P que l'on trouve de l'inclinaison de P à l'axe et de M à M, et l'angle que l'arête formée par les plans t fait avec P ($= 80^\circ 42' \tfrac{1}{2} + 80^\circ 42' \tfrac{1}{2} = 161^\circ 25'$) : de là, on trouve l'inclinaison du plan t à t et celle du plan t à P et à M.

On trouve l'inclinaison de f à t en divisant le triangle sphérique isocèle formé par les plans t et f en deux triangles égaux ; l'inclinaison de l'arête formée par les plans t au plan f est $163^\circ 9'$ ($= 99^\circ 17' \tfrac{1}{2} + 63^\circ 51' \tfrac{1}{2}$), et nous venons de trouver l'inclinaison du plan t à t.

Les plans t ont résulté d'une troncature des arêtes terminales aiguës, et les plans n d'une troncature des arêtes terminales obtuses; les arêtes que les plans t forment avec les plans n sont parallèles au plan mené par les coins E du prisme: nous aurons par conséquent, si nous appelons l'inclinaison du plan P à l'axe a, celle de l'arête formée par le plan t à l'axe b, et celle de l'arête formée par le plan n à l'axe c' (II),

$$\frac{\text{cotg. } c}{\text{cotg. } a} = \frac{2\,\text{cotg. } c + \text{cotg. } b}{\text{cotg. } a} = 3,$$

$$\begin{array}{lll} \text{et log. cotg. } 80°42'\tfrac{1}{2} & = 9{,}21380 & \\ \quad\text{log. } 3 & = 0{,}47712 & \\ \hline \quad\text{log. cotg. } 63°51'\tfrac{1}{2} & = 9{,}69092 & = \text{log. cotg. } c. \end{array}$$

Les plans P et n forment un triangle sphérique, dans lequel on trouve l'angle plan de la face P de l'inclinaison de P à l'axe et de M à M, et dans lequel l'inclinaison du plan P à l'arête formée par les plans n est de 163°9' (= 99°17½ + 63° 51'½). Les plans n ont résulté d'une troncature parallèle aux arêtes terminales obtuses du prisme, dont P est la face terminale primitive, et g est un rhombe: si nous appelons l'inclinaison du plan P à l'axe a celle de l'arête formée par les plans n à l'axe b et celle du rhombe à l'axe c, nous aurons

$$\frac{\text{cotg. } c}{\text{cotg. } a} = \frac{2\,\text{cotg. } b - \text{cotg. } a}{\text{cotg. } a} = 5:$$

par conséquent

$$\begin{array}{lll} \text{log. cotg. } 80°42'\tfrac{1}{2} & = 9{,}21380 & \\ \text{log. } 5 & = 0{,}69897 & \\ \hline \text{log. cotg. } 50°43' & = 9{,}91277 & = \text{cotg. } c\,; \end{array}$$

on trouve l'inclinaison du plan n à g et g à M de la manière susmentionnée.

Je vais ajouter ici quelques formules, afin qu'on puisse déduire des rapports trouvés les signes employés par M. Haüy.

Soit le rapport de la cotangente de l'angle que le plan P fait avec l'axe à celle qu'un plan qui résulte d'un décroissement sur le coin F ou O, comme I : x, on désignera, dans le premier cas, le nouveau plan $\underset{F}{\frac{2}{x+1}}$, et dans le dernier $\underset{O}{\frac{2}{x-1}}$.

Si la cotangente de l'angle que le plan P fait avec l'axe est en rapport comme 1 : x à la cotangente de l'angle qu'une arête formée par deux plans qui ont résulté d'un décroissement sur les arêtes aiguës (B) ou obtuses (D) du prisme fait avec l'axe, nous désignerons, dans le premier cas, les nouveaux plans $\underset{B}{\frac{1}{x+1}}$, dans le dernier $\underset{D}{\frac{1}{x-1}}$.

Si deux plans ont résulté d'un décroissement sur le coin E, nous désignerons les nouveaux plans $\overset{x}{E}$, si la tangente c du triangle mensurateur est à la tangente de la moitié de l'angle que ces deux nouveaux plans font l'un avec l'autre en rapport comme 1 : x.

Si le rapport de la tangente de la moitié de l'arête H ou G, est à la tangente de la moitié d'un biseau placé sur l'arête H ou G comme I : x, on désignera, dans le premier cas, les faces du biseau

$$\frac{x+1}{x-1}\;\underset{H}{}\;\frac{x+1}{x-1},$$

et dans le dernier

$$\frac{x+1}{x-1} \quad \mathrm{G} \quad \frac{x+1}{x-1}.$$

On désigne la troncature tangente de l'arête H : 'H', et celle de 'G'.

Il me reste encore à montrer avec quelle facilité on peut employer ma méthode à calculer à tous les autres systèmes cristallins.

Soit (*fig.* 14) un octaèdre régulier, un octaèdre à base carrée ou un octaèdre à base rhombe. Menons par les arêtes *r*,*u* et *w*,*x* deux plans, et menons le plan *cvs* de manière qu'il fasse avec la face *h* un angle droit : dans ce cas l'angle *svd* que ce dernier plan fait avec le plan qui est mené par les arêtes *w* et *x* est le complément de l'angle *vds*: d'après cela on voit que lorsqu'on connaît deux angles qui sont indépendans l'un de l'autre, on peut calculer tous les autres d'après les formules pour le triangle sphérique, dans lequel un des angles est un angle droit.

Tous les cas où l'inclinaison est déterminée par le parallélisme des arêtes sont résolus d'une manière très-simple dans les cristaux qui ont pour forme primitive une de celles dont nous nous sommes occupé. Un seul cas peut-être a besoin d'explication; savoir, celui où les plans terminaux sont *droitement* mis sur les plans latéraux, et lorsque le coin que les plans terminaux forment avec les plans latéraux est remplacé par un plan qui est un rhombe. Soient les plans *n* ou *t* *droitement* mis sur les plans M (*fig.* 3), l'angle *a* (form. III et IV) est alors un angle droit, et la cotangente $a = o$:

par conséquent,

cotg. c = 2 cot. b — cotg. a = 2 cotg. b (form. III),
cotg. c = 2 cot. b + cotg. a = 2 cotg. b (form. IV).

La cotangente de l'inclinaison de l'arête formée par les plans *n* ou *t*, est alors en rapport à celle de l'inclinaison du rhombe à l'axe comme 1 : 2.

Je veux ici ajouter le calcul des angles du biarséniate ou biphosphate de soude.

J'ai trouvé, par la mesure,

$$\mathrm{M}' : \mathrm{M}'' = 78^\circ 30'$$
$$\mathrm{P} : \mathrm{P}' = 126^\circ 52'',$$

et d'après la formule I, 6,

log. cos. B = 9,80120 = log. cos. 50°45′ = l'ang. *svd* (*fig.* 14)
tg. *c* = 0,30100 = log. tg. 63°26′ = l'angle *dcv*,
tg. *a* = 0,10220 = log. tg. 51°41 = l'angle *scv* :

par conséquent

$$n' : n'' = 103^\circ 22'$$
$$n : \mathrm{M} = 128^\circ 19';$$

et d'après la formule I, 3,

log. cos. *c* = 9,65054 = log. cos. 63°26′ = l'angle *dcv*
lgo. cos. B = 9,91224 = log. cot. 50°45′ = l'angle *svd*,
log. cot. A = 9,73830 = log. cot. 61°18′ =

l'inclinaison du plan *h* au plan *dvc* $= \frac{1}{2}(n' : n'')$:
par conséquent

$$n : n = 122^\circ 36'$$
$$n : \mathrm{P} = 151^\circ 18'.$$

Le plan *b*, qui remplace le coin formé par les plans *n*, *n* et M, M, est un rhombe : nous avons par conséquent

log. (cotg. P : l'axe) = 9,69600 = log. cotg. 63°26′
log. 2 = 0,30103

log. cotg. (*b* : l'axe) = 0,00003 = log. cotg. 90°.

Tableau des formules cristallographiques les plus usitées.

$$\text{I.}\quad \cos. A = \sin. B \cos. a \ (1).$$
$$\text{tg.}\ a = \sin. b\ \text{tg.}\ A \ (2).$$
$$\cos. c = \text{cotg.}\ A\ \text{cotg.}\ B \ (3).$$
$$\cos. c = \cos. a \cos. b \ (4).$$
$$\sin. a = \sin. c \sin. A \ (5).$$
$$\text{tg.}\ a = \cos. B\ \text{tg.}\ c \ (6).$$

$$\text{II. ctg.}\ c = 2\ \text{ctg.}\ a + \text{ctg.}\ b.$$
$$\text{III. ctg.}\ c = 2\ \text{ctg.}\ b - \text{ctg.}\ a.$$
$$\text{IV. ctg.}\ c = 2\ \text{ctg.}\ b + \text{ctg.}\ a.$$

$$\text{V.}\quad \text{tg.}\ c = \frac{\text{tg}\ b}{2 \cos.\ a} \ (1).$$

$$\frac{\text{tg.}\ e}{\text{tg.}\ c} = \frac{2\ \text{ctg.}\ a}{\text{ctg.}\ d + \text{ctg.}\ a} \ (2).$$

$$\frac{\text{ctg.}\ d}{\text{ctg.}\ a} = \frac{2\ \text{tg.}\ c - \text{tg.}\ e}{\text{tg.}\ e} \ (2).$$

$$\frac{\text{tg.}\ e}{\text{tg.}\ c} = \frac{2\ \text{ctg.}\ a}{\text{ctg.}\ d - \text{ctg.}\ a} \ (3).$$

$$\frac{\text{ctg.}\ d}{\text{ctg.}\ a} = \frac{2\ \text{tg.}\ c + \text{tg.}\ e}{\text{tg.}\ e} \ (3).$$

$$\text{VII. sin.}\ (x - y) = \frac{a - b}{a + b} \sin.\ (x + y).$$

CHIMIE. (EXTRAITS DE JOURNAUX.)

1. *Du développement de l'électricité par le contact de deux portions d'un même métal dans un état suffisamment inégal de température. Des effets électriques qui se développent pendant diverses actions chimiques*; par M. Becquerel, *ancien chef de bataillon du génie.* (Ann. de Ch., t. XXIII, p. 135 et 244.)

Les deux bouts d'un fil métallique, dans un état suffisamment inégal de température, se constituent, par leur contact mutuel, dans deux états électriques contraires.

Dans un fil métallique, lorsque les deux bouts sont inégalement attaqués par un acide, l'état d'équilibre des deux électricités de ce fil est dérangé; le bout qui est le plus attaqué, soit parce qu'il a été plongé dans l'acide avant l'autre, soit parce qu'on l'y a enfoncé sur une plus grande longueur, est celui qui prend l'électricité positive.

M. Davy a avancé que les substances qui se combinent sont celles qui manifestent des états électriques opposés par leur contact mutuel; mais on voit, d'après ses propres expériences, que c'est par induction qu'il a étendu cette propriété à tous les corps qui exercent des actions chimiques les uns sur les autres : car, par exemple, il n'a pu la vérifier sur les substances alcalines et acides, que lorsque celles-ci sont parfaitement sèches; dans tous les autres cas, les résultats ont été nuls. En employant un galvanomètre multiplicateur, qui rend sensibles les électricités au mo-