

Du bon usage des modèles mathématiques

Par Ivar EKELAND

Professeur émérite à l'Université Paris-Dauphine et à l'Université de Colombie britannique, membre de la Société royale du Canada et de l'Academia Europea

Les modèles mathématiques ont un rôle important à jouer dans l'étude de la transition écologique, à condition de reconnaître leurs limites : ils ne valent pas mieux que les hypothèses que l'on fait ; et si les modèles sont trop ambitieux, ces hypothèses sont trop simplificatrices. L'exemple de la médecine est éclairant. L'objectif recherché, la santé, échappe à une définition précise, *a fortiori* à la modélisation ; les modèles mathématiques fournissent des outils précieux, allant de l'imagerie médicale à la thérapie antivirale, mais ce ne sont que des outils au service d'une vision globale qui est celle du praticien. De même, en matière d'écologie, les modèles mathématiques doivent se situer au niveau où ils sont pertinents.

Le grand problème de la modélisation mathématique est que, dans la pratique actuelle, celle héritée des sciences de l'ingénieur et de la théorie économique, cette modélisation intervient sous le mode de la domination et de la simplification. Sous le mode de la domination, car elle revendique une connaissance complète du phénomène à étudier, et aboutit à une prescription univoque : voici ce qui peut se passer, et, en conséquence, voici ce qu'il faut faire. Sous le mode de la simplification, car pour réduire l'infinie complexité de la réalité à quelques chiffres, l'on est contraint de procéder à des amalgames parfois drastiques, et de remplacer les faits observés par ce que les économistes appellent joliment des « faits stylisés ». Comme exemple de ces agrégats contestables, citons le taux de chômage, qui dépend surtout de la manière dont on comptabilise les demandeurs d'emploi, et, comme exemple du second, la « loi de la demande », qui stipule que lorsque le prix d'un bien augmente, la demande de ce dernier décroît. Il suffit de se pencher sur le marché du luxe pour la contredire.

En ce qui concerne la connaissance complète, on m'objectera que les modèles mathématiques prennent en compte l'incertitude grâce au calcul des probabilités. Mais celui-ci requiert justement que l'on fasse une liste exhaustive des possibles afin d'attacher à chacun une probabilité de réalisation. Si je lance un dé juste, qu'il se brise et indique un 7, le calcul des probabilités tombe alors en défaut. De même, en finance, les modèles mathématiques les plus sophistiqués tombent en défaut lors des grandes crises qui se renouvellent de plus en plus souvent, et qui sont justement les moments où on en aurait le plus besoin. En ce qui concerne la transition écologique, voici longtemps que les climatologues nous avertissent de l'existence de « seuils » au-delà desquels on ne sait pas ce qui va se passer, et où

les modèles mathématiques tomberont nécessairement en défaut. Ils s'accordent à dire que ces seuils se situeront au-delà de 2°C de réchauffement moyen en 2100, et qu'il est donc important de limiter au plus tôt ce réchauffement à 1,5°C.

Cette prétention à la domination est présente dès les débuts de la science moderne. Les hommes de la Renaissance étaient essentiellement des ingénieurs, et ils concevaient le monde comme une machine. L'art de l'ingénieur consiste à construire son œuvre, que ce soit un moteur ou un pont, en optimisant un critère déterminé (maximiser le rendement énergétique ou minimiser le nombre de pierres utilisées).

Une grande partie de l'activité intellectuelle des deux siècles suivant cette période a été consacrée à chercher quel était le critère à avoir été optimisé par le Grand ingénieur de l'Univers. Histoire fascinante, à laquelle j'ai consacré un livre⁽¹⁾. Mais si cette quête s'est avérée en définitive infructueuse en ce qui concerne la physique, il n'en a pas été de même dans le domaine de l'économie. L'école utilitariste, à la suite de Jeremy Bentham, a postulé que chaque individu cherche à optimiser son propre critère (l'utilité) et que le bon gouvernement est celui qui optimise un autre critère (le bien public). À partir de là on pouvait construire une théorie économique sur le modèle de la physique. C'est cette école qui triomphe aujourd'hui.

Son succès majeur est la finance mathématique. Il n'est guère contestable que ceux qui jouent en bourse cherchent à gagner le plus d'argent possible. Le modèle utilitariste est donc parfaitement adapté à cette situation, et en profitant

(1) « Le meilleur des mondes possibles », Éditions du Seuil, 2000.



Photo © Sean Caffrey/SIME-PHOTONONSTOP

Les statues du volcan Rano Raraku, sur l'île de Pâques.

« Les indigènes de l'île de Pâques, qui ne payaient pas les arbres qu'ils abattaient, ont dû être bien surpris quand ils ont constaté qu'il n'y en avait plus. »

de la révolution numérique, on est arrivé à créer des algorithmes qui ont fait de l'industrie financière une puissance colossale, tenant les États à sa merci. Mais la finance est une chose simple : on ne traite que d'une seule chose, d'argent. L'argent aujourd'hui ou l'argent plus tard, l'argent sûr ou l'argent risqué, mais toujours l'argent, et dès que la réalité non financière fait irruption dans la sphère financière, sous la forme d'une pandémie par exemple, ou une crise politique, la belle mécanique s'enraye.

Les physiciens aussi bénéficient du fait qu'ils étudient un objet simple. Tous les atomes d'un même élément sont identiques, ce qui permet de constituer des agrégats : l'état d'un gaz est parfaitement résumé par trois variables : son volume, sa température et sa pression. En sciences humaines, et notamment en économie, on n'a pas cette chance. Il y a une multitude de marchandises, l'argent certes, mais aussi la nourriture, le logement et les vacances, plus des biens non marchands tout aussi importants, comme le temps passé en famille ou les promenades en forêt. Il y a également une multitude d'individus, avec des goûts, des revenus et des patrimoines bien différents. Comment définir, et surtout chiffrer le bien public ? La solution adoptée par la plupart des économistes qui se sont intéressés à la transition écologique est de représenter tout cela par un seul chiffre, le PIB, et de le proposer comme critère : le bien public, c'est le PIB, et c'est cela qu'il s'agit d'optimiser. C'est sur cette base que le fameux

rapport Stern de 2006 a évalué le coût de l'inaction, et c'est aussi sur cette base que le prix Nobel d'économie 2018, William Nordhaus, a construit son modèle de la transition écologique, lequel conclut qu'un réchauffement moyen limité à 3,5°C en 2100 est optimal ; et que pour réaliser cet objectif, il suffit d'une taxe carbone fixée à 38 \$ la tonne.

Il est bien clair que ces conclusions résultent d'une simplification outrancière. Le consensus scientifique est qu'au-delà de 2°C, on entre dans l'inconnu, et que l'on ne contrôle à peu près la situation que si on limite le réchauffement à 1,5°C. Le problème est que le PIB est un très mauvais indicateur qui ne tient compte que de la valeur marchande de ce qui est échangé. On pourrait en imaginer d'autres, et on l'a fait, mais l'on se heurtera toujours à la complexité de la réalité humaine : les êtres humains sont tous différents, ils vivent tous dans des conditions différentes, aucun agrégat ne rendra compte de cette diversité. C'est possible en physique, parce que les atomes d'un même élément sont interchangeable, mais ce ne l'est pas en sciences humaines. La prétention de l'économie à vouloir intégrer toutes les sciences humaines sur le modèle de la physique est irréalisable et, au vu des conclusions de Nordhaus, dangereuse.

Venons-en aux sciences du vivant, biologie et écologie. Logiquement, elles devraient venir en second : on passe du monde inerte au monde vivant, puis au monde social

par inclusions successives. Mais c'est bien le processus historique, toujours vivant dans notre univers culturel européen, que j'ai suivi ici : la biologie vient toujours en dernier. Pour Descartes, elle n'existait même pas : les animaux sont des machines. Pour les économistes classiques, elle n'existe pas non plus. Jean-Baptiste Say a cette phrase admirable : « Les richesses naturelles sont inépuisables, car, sans cela, nous ne les obtiendrions pas gratuitement ». Les indigènes de l'île de Pâques, qui ne payaient pas les arbres qu'ils abattaient, ont dû être bien surpris quand ils ont constaté qu'il n'y en avait plus. Les successeurs modernes de Say n'ont guère progressé sur ce point. Dans le modèle de Nordhaus, on produit du PNB à partir de PNB, et comme chacun sait le PNB ne tient pas compte des ressources naturelles, sauf quand on les vend.

Les problèmes jumeaux de la domination et de la simplification se manifestent avec plus d'acuité encore quand on se penche sur les organismes vivants. Comment représenter l'état d'un système biologique ou écologique, que ce soit un corps humain ou la forêt amazonienne ? Comment modéliser son évolution ? À l'échelle microscopique des échanges cellulaires, on comprend bien la physique et la chimie des échanges, mais bien moins à l'échelle macroscopique de l'individu, de l'espèce ou de l'écosystème ? Par exemple, dans la conception darwinienne du « survival of the fittest », qu'est-ce que l'on appelle exactement la *fitness* ? Les modèles mathématiques de l'évolution le représentent par un chiffre, ce qui est un premier pas, et permettent déjà d'obtenir des résultats intéressants et mathématiquement sophistiqués, mais il est clair que l'on laisse échapper une grande partie de la réalité biologique.

L'exemple du corps humain est instructif. Toute une science, la médecine, a été développée pour le maintenir en bonne santé, et elle s'appuie sur tout un arsenal de mesures. La notion même de santé ne se prête guère à la formalisation mathématique. Je rappelle ici la définition qu'en donne l'OMS : « La santé est un état de complet bien-être physique, mental et social, et ne consiste pas seulement en une absence de maladie ou d'infirmité ». On ne mesure donc pas la santé elle-même, mais un certain nombre d'indicateurs, de plus en plus nombreux au fur et à mesure que la science avance. On ne cherche pas à les agréger en une note globale, que l'on s'emploierait à améliorer d'un jour sur l'autre, mais l'on cherche plutôt à les maintenir dans certaines limites, sachant d'ailleurs que l'on n'y arrivera pas toujours et que certains sont plus importants que d'autres.

De même, l'état des écosystèmes ne peut guère être résumé par une seule note. Au contraire, il est cerné par des indicateurs, tels que le nombre d'espèces et le nombre d'individus, qui doivent être complétés par d'autres indications, comme la structure des réseaux trophiques. C'est sur le système tout entier qu'il faut avoir l'œil, tout en surveillant l'évolution des indicateurs. On n'aura pas de modèle mathématique global de l'écosystème, pas plus que l'on a un modèle mathématique du corps humain, mais on aura des modèles partiels, qui aideront à maintenir certains indicateurs entre certaines limites.

Ces modèles partiels peuvent être riches et éclairants. La dynamique des populations permet de modéliser certaines interactions simples : entre un prédateur et ses proies par exemple, ou entre un parasite et ses hôtes. On peut ainsi analyser le fonctionnement de cet écosystème réduit et en déduire, le cas échéant, le meilleur moyen d'éliminer le parasite ou de réduire sa prévalence. Dans le domaine économique, on a vu apparaître voici quelques années, en réaction aux déficiences avérées des modèles en vogue, des modèles dits SFC – *stock-flow consistent* –, qui abandonnent l'idée grandiose que le monde est piloté par une volonté unique, et qui s'attachent à décrire le fonctionnement concret de l'économie, et tout particulièrement le rôle des institutions et des circuits de financement. Ceux-ci sont essentiels (sans financement, pas d'investissement), mais pourtant négligés par la théorie économique classique, pour laquelle la monnaie est une simple unité de compte. Les modèles SFC aboutissent à des conclusions beaucoup plus pessimistes que celles de Nordhaus, montrant par exemple que l'économie peut s'effondrer sous le poids de la dette⁽²⁾. Mais comme ils sont beaucoup plus riches, ils indiquent aussi des moyens d'action dont les modèles plus simples et plus optimistes ne disposent pas.

Notons d'ailleurs que, bien utilisé, le modèle de l'*homo oeconomicus*, calculateur et optimisateur, conserve une certaine pertinence, au-delà même de son utilisation en finance. Il peut même être confirmé expérimentalement, dans des conditions précises, comme je l'ai montré dans mes travaux avec P. A. Chiappori. Au plan collectif, le modèle s'écarte tellement de la réalité qu'il en devient plus nuisible qu'utile. Il faut noter aussi qu'il est dans une certaine mesure autoréalisateur : si vous éduquez les enfants dans l'idée que la seule chose qui compte dans la vie, c'est d'être riche, et si à l'université vous leur enseignez les bienfaits de la libre concurrence et du marché mondialisé, vous obtiendrez des personnes qui ressembleront davantage à Donald Trump qu'à Mère Theresa.

Le réchauffement climatique, la perte de biodiversité et l'imprégnation chimique sont des problèmes concomitants, sinon liés, et ne peuvent être compris que globalement, en faisant collaborer toutes les disciplines, de la physique à l'anthropologie. Aucune de celles-ci n'a de prééminence sur les autres. Dans le cadre de cette coopération, la modélisation mathématique a un rôle important à jouer, à condition d'en reconnaître les deux limites que j'indiquais au début.

Tout d'abord, la tendance à la domination : le modèle mathématique est rigoureux, certes, mais ses résultats ne sont pas plus vrais que ses hypothèses. Si celles-ci sont fausses, les résultats le sont aussi : "garbage in, garbage out", comme disent poliment nos amis américains. Il faut

(2) GIRAUD Gaël, McISAAC Florent & BOVARI Emmanuel (2018), "Coping with the collapse", *Ecological Economics*, vol. 147, May, pp. 383-398. Disponible en ligne : <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0921800916309569?token=3630F4C4949179A2E-1981C4EE248A96429BECA59C3B4039E133972C8A9CAF68FC3E-9033B4FAC23D8CE33267734426242>

donc questionner les hypothèses, notamment en économie : les institutions humaines n'ont pas la même intangibilité que les lois de la physique, et l'on peut envisager de les changer si leur fonctionnement conduit à des situations inacceptables. Le marché mondialisé ou la responsabilité limitée ne sont pas des données intangibles au même titre que la loi de la gravitation universelle : on peut envisager de les changer et étudier de nouvelles organisations.

Enfin, la tendance à la simplification : les sociétés humaines occupent une position intermédiaire entre la physique et la biologie. Elles réduisent leur complexité en s'accordant sur des institutions et des règles. Nos sociétés ont été régies jusqu'à présent par la coutume et par la loi.

Faire de l'intérêt individuel, ou du profit, ou du PIB, l'unique boussole de nos actions est une erreur. Il faut faire intervenir dans les modèles d'autres types de comportements, et ne pas oublier qu'il existe d'autres types d'incitations que celles purement financières. Les êtres humains sont malléables, ils sont en grande partie façonnés par l'éducation. Ils ne partagent ni la même langue, ni la même littérature, ni les mêmes valeurs, mais ils partagent les mêmes mathématiques. Il faut éviter que celles-ci servent à véhiculer une idéologie.