coup de substances minérales, on a reconnu qu'on pouvait fabriquer du sulfate de magnésie, avec beaucoup d'avantage, au moyen de ces substances.

M. Bérard, en faisant connaître la nature de la terre de Salinelle (département du Gard) (1), qu'il a trouvée composée de

Silice	0,45
Magnésie	0,22
Oxide de fer	0,01
Eau	0,32

a prouvé qu'en traitant cette terre par de l'acide sulfurique à 40°, on en obtenait facilement du sulfate de magnésie très-pur; et il en a fabriqué de cette manière, à Montpellier, dans les ateliers de M. Chaptal.

M. Soquet, de Chambéry, a proposé, en l'an X, de préparer le sulfate de magnésie par le grillage immédiat de pyrites ferrugineuses et de terres magnésiennes (2).

A Saint-Imbert près Sarebruck, on fabrique depuis très-long-temps du sulfate de magnésie avec des schistes magnésiens et pyriteux, qui font partie d'un terrain houiller, etc.

Si cela était utile, on pourrait, en beaucoup d'endroits, fabriquer du sulfate de magnésie en abondance; mais ce sel est d'un trop faible usage pour qu'il puisse donner lieu à la création d'établissemens considérables.

(1) *Annales de Chimie*, *t. XXXIX*, *p.* 65, an IX.

(2) *Annales de Chimie*, *t. XLII*, *p.* 64, an X.

OBSERVATIONS

SUR LA

MESURE DES ANGLES DES CRISTAUX;

PAR M. HAÜY.

LORSQUE j'ai composé, il y a environ vingt ans, mon *Traité de Minéralogie*, ma collection, outre qu'elle ne se trouvait pas éloignée de sa naissance, se ressentait de la rareté dont étaient parmi nous les cristaux réguliers et nettement prononcés. C'est presque uniquement avec ces faibles moyens que j'ai entrepris d'appliquer ma théorie à toutes les variétés décrites jusqu'alors, en ajoutant celles qui étaient nouvelles pour moi. On sait qu'en général l'étude des corps dont il s'agit exige beaucoup de choix de la part de ceux qui la cultivent, pour en trouver dont la formation ait été à l'abri des causes accidentelles, qui altèrent le niveau des surfaces, et occasionnent des différences appréciables entre leurs inclinaisons respectives et celles qui dérivent des lois invariables de la structure. Ces sortes d'accidens ont été la cause d'une partie des inexactitudes qui me sont échappées à mon insçu, et que j'aurais pu rectifier, si j'avais eu plusieurs cristaux de la même variété, pour vérifier mes observations. D'autres inexactitudes ont été occasionnées par des imperfections dont je m'apercevais, sans pouvoir dissiper les incertitudes qu'elles faisaient naître; et dans ces sortes de cas, j'ai eu soin d'avertir que je ne garantissais pas la précision de mes mesures (1).

Tel est le sort des ouvrages qui sont comme les premiers jets d'un grand travail, sur-tout lorsqu'il présente les résultats d'une multitude de recherches délicates, que parmi ceux qui portent l'empreinte de la précision et de l'évidence, il s'en trouve d'autres qui laissent encore des doutes à éclaircir, et dont la détermination définitive est réservée à des observations faites sur des objets plus parlans.

Les accroissemens considérables que ma collection a reçus pendant les années qui ont suivi l'impression de mon traité, m'ont fourni les moyens de faire diverses corrections à mes anciennes déterminations. J'en ai fait connaître quelques-unes dans mon tableau comparatif, et depuis l'époque où il a paru, j'ai continué de m'occuper du même sujet, me réservant à insérer les nouveaux résultats, auxquels j'étais parvenu, dans la seconde édition que je prépare de mon *Traité de Minéralogie*.

Je n'avais point d'autre instrument pour la détermination des angles, que le goniomètre inventé par M. Carangeot, et avec lequel on ne doit guère se flatter de saisir des différences

(1) En traitant de la cristallisation de l'étain oxidé (*Traité de Minéralogie*, tome IV, page 153), j'avais employé des considérations puisées dans la loi de symétrie, qui me faisaient présumer une différence entre la forme primitive de ce minéral, et le cube dont elle ne s'éloigne pas beaucoup. Mais les seuls cristaux que j'eusse alors entre les mains, et qui étaient de ceux qu'on appelle *maclés*, se refusaient aux observations qui m'auraient mis à portée de vérifier la différence dont il s'agit, et que j'ai indiquée dans mon *Tableau comparatif*, pages 284 et 285.

moindres qu'un demi-degré, et qui peuvent aller jusqu'à environ un tiers de degré, lorsque le cristal sur lequel on opère est d'une perfection qui ne laisse rien à désirer. Mais la méthode que j'avais adoptée et que j'exposerai bientôt, semblait me dispenser d'une plus grande précision, parce qu'elle me fournissait un moyen de reconnaître, à l'aide de la théorie, le terme où je devais m'arrêter, au milieu des variations que subissaient mes résultats, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

A mesure que les sciences font des progrès, ceux qui les cultivent inventent de nouveaux moyens de déterminer plus exactement les quantités qui servent de données pour la solution des problèmes. Le cercle répétiteur de Borda avait fourni un de ces moyens à l'astronomie et à la géodésie. Malus l'a employé pour mesurer au moyen des angles d'incidence et de réflexion de la lumière, les angles de plusieurs corps naturels qu'il se proposait de faire concourir au développement de sa belle théorie de la double réfraction. M. le docteur Wollaston, à qui les sciences ont tant d'obligations, a imaginé un autre instrument très-ingénieux, fondé sur le même principe, pour en faire des applications directes à la cristallographie. La petitesse des corps, loin d'être pour lui une cause d'exclusion, semble devenir plutôt un motif de préférence, et c'est une prérogative dont jouit ce savant si distingué, de faire servir les moyens que lui fournissent la physique et la chimie à déterminer tantôt les angles, tantôt les principes composans d'un objet qui échappe presque aux yeux, et qui semble emprunter de l'extrême habileté de la main qui le soumet à l'expérience, ce qui manque à ses dimensions ou à son volume.

M. Phillips, qui s'est exercé avec succès dans l'art de manier le même instrument, a publié dans les Transactions de la Société géologique de Londres (1), les résultats des opérations qu'il a faites, pour mesurer les angles d'un certain nombre de cristaux, et sans même leur comparer ceux auxquels je suis parvenu, il suffit de considérer la manière dont cet instrument est construit et divisé, pour se croire fondé à en conclure que le goniomètre ordinaire est incapable de lutter avec lui, et qu'il n'y a point à balancer sur le choix, toutes les fois que l'on voudra obtenir une précision satisfaisante dans les mesures des angles des cristaux.

Les résultats de M. Phillips qui n'avait aucune connaissance de la plupart des rectifications que j'ai faites de mes anciennes déterminations, indiquent avec plusieurs de celles-ci des différences très-sensibles, qui semblent achever de garantir la prééminence du goniomètre à réflexion; et l'espèce de défaveur qu'elles tendent à répandre sur celui dont je me suis servi, pourrait même être une raison de douter si ma théorie est aussi bien prouvée que je l'ai cru, et si elle ne doit pas finir par être rejetée, comme n'ayant pu porter dans ses applications cette exactitude qui est de l'essence de toutes les théories.

Je me propose de faire voir que la mienne, dans l'état auquel l'ont amenée les nouvelles tentatives que j'ai faites pour la perfectionner, ne peut faire naître aucun doute sur la justesse des

(1) A Description of the oxyd of tin, etc. (*Transactions of the geological Society*, tome XI, page 336 — 376.)

résultats qui s'en déduisent; que les déterminations des formes primitives auxquelles je me suis arrêté, conduisent, à l'égard des formes secondaires, aux véritables lois de décroissement dont ces formes dépendent, et que les mesures même qui ont été prises, à l'aide de la réflexion, confirment l'existence de ces lois.

J'ajoute que l'application de la théorie à la méthode minéralogique a également toute l'exactitude nécessaire pour faire concourir les formes des molécules à la distinction des espèces.

Enfin, sans exclure, dans certains cas particuliers, l'usage des mesures prises à l'aide de la réflexion, je suis convaincu que celles auxquelles conduit le goniomètre ordinaire, et qui ont l'avantage d'être à-la-fois directes et expéditives, suffisent, soit pour déterminer une nouvelle variété, soit pour reconnaître à laquelle des variétés déjà classées dans la méthode appartient un cristal qui en présente la forme, et que l'on voit pour la première fois.

Je vais citer trois exemples à l'appui de ce que je viens de dire. Les deux premiers, dont l'un me sera fourni par le quarz et l'autre par l'étain oxidé, ont été choisis parmi ceux dont la détermination a été publiée, soit dans mon traité, soit dans mon tableau comparatif. Le sujet du troisième sera le plomb sulfaté, dont je me suis occupé plus récemment. Je comparerai les résultats des mesures obtenues à l'aide des deux goniomètres, et je tirerai de cette comparaison les conséquences qui me paraissent garantir la vérité de tout ce que j'ai avancé.

Quarz.

Quoique les cristaux de quarz soient sujets à de fréquentes anomalies qui occasionnent de légères variations dans les positions de leurs faces, sur-tout de celles qui sont parallèles à l'axe, cependant il n'est pas difficile d'en trouver, sur le grand nombre de ceux qui sont répandus dans les collections, dont la forme ait toute la régularité que l'on peut désirer, pour se prêter aux mesures mécaniques. Tels sont en particulier ceux qu'on a nommés *hyacinthes de compostelle*, dont beaucoup sont isolés et complets, et dont tous les plans sont lisses et parfaitement de niveau.

Je me trouvais donc, à l'égard de ces cristaux, dans une circonstance favorable pour ramener le rapport de leurs dimensions à une limite simple, susceptible de conduire à des résultats sensiblement d'accord avec ceux de la cristallisation.

Je pris pour donnée l'inclinaison d'une des faces de la pyramide, telle que P (fig. 1, *Pl. III.*) sur le pan adjacent *r*. Je trouvai qu'elle tombait entre $141^{d}\frac{1}{2}$ et 142^{d}. Je la supposai de $141^{d}\frac{3}{4}$. Dans cette hypothèse, si du centre c de la base de la pyramide dont cs est l'axe, on mène une perpendiculaire cr sur un des côtés, puis la ligne rs, on aura crs $= 51^{d.}\,45'$ et cr : cs : : sin. $38^{d.}\,15'$: sin. $51^{d.}\,45'$. Pour avoir le rapport cr : cs exprimé en quantités radicales, je prends les logarithmes des carrés des deux sinus, et cherchant dans la table des nombres naturels ceux auxquels ils répondent, je trouve que l'on a cr : cs : : $\sqrt{3833}$: $\sqrt{6167}$, à-peu-près : : $\sqrt{38}$: $\sqrt{62}$ ou : : $\sqrt{19}$: $\sqrt{31}$; ce qui donne crs $= 51^{d.}\,56'$, et csr $= 38^{d.}\,4'$, dont le premier est trop fort et le deuxième trop faible, par une suite des quantités que j'ai négligées. Je vois que si j'ajoute une unité à chaque terme du rapport, cr se trouvera plus augmenté à proportion que cs, ce qui tend à rapprocher les deux angles de ceux que donne l'observation. J'aurai donc cr : cs : : $\sqrt{20}$: $\sqrt{32}$, ou : : $\sqrt{5}$: $\sqrt{8}$; et ainsi le rapport a toute la simplicité convenable, pour lui imprimer le caractère d'une limite. Ce rapport donne $51^{d.}\,40'$ pour la mesure de l'angle scr, et $141^{d.}\,40'\,16''$ pour l'incidence de lsg sur lgdn, résultats qui touchent de bien près celui de la mesure mécanique.

Dans la même hypothèse, le rapport entre les deux demi-diagonales g et p, des faces du rhomboïde primitif, est celui de $\sqrt{15}$ à $\sqrt{13}$, et le cosinus de l'angle qui mesure la plus petite incidence des faces du rhomboïde est $\frac{1}{13}$ du rayon, ce qui donne pour cette incidence $85^{d.}\,36'$, et pour la plus grande $94^{d.}\,24'$. En partant du même rapport, on a $133^{d.}\,48'\,46''$ pour l'angle que font entre elles deux faces adjacentes lsg, gst, sur la même pyramide.

On trouve dans le bel ouvrage publié par M. Malus, sur la Double Réfraction, une détermination des incidences mutuelles des faces du rhomboïde du quarz, que ce savant célèbre a prise à l'aide de la réflexion, en se servant du cercle répétiteur. Il indique $94^{d.}\,16'$ pour la plus grande, et $85^{d.}\,44'$ pour la plus petite (1).

J'ai désiré de savoir jusqu'où iraient aussi les différences entre les deux déterminations relativement aux autres incidences, et quels seraient

(1) (*Théorie de la double réfraction*, page 242.) M. Phillips indique $94^{d.}\,15'$, et $85^{d.}\,45'$ dont la différence n'est que de $1'$ avec les résultats obtenus par M. Malus. Elle provient de ce que le goniomètre dont s'était servi M. Phillips, n'était divisé que de 5 en 5 minutes.

les rapports qui résulteraient des mesures de M. Malus entre les dimensions principales du rhomboïde du quarz. J'ai trouvé, en suivant une marche analogue à celle qui m'a conduit au rapport $\sqrt{5} : \sqrt{8}$, que dans l'hypothèse présente on aurait $g : p :: \sqrt{718} : \sqrt{625}$; que le co-sinus de la plus petite incidence des faces serait les $\frac{93}{1250}$ du rayon, et que le rapport entre cr et cs serait celui de $\sqrt{1157}$ à $\sqrt{718}$. On aurait pour l'incidence de lgs sur gts $133^{d.}\ 44'\ 46''$, au lieu de $133^{d.}\ 48'\ 46''$; différence $4'$.

On pourrait substituer au rapport $\sqrt{1157}$ à $\sqrt{718}$, entre cr et cs, celui de $\sqrt{149}$ à $\sqrt{240}$, qui est plus simple, et qui ne donne qu'une demi-minute de différence dans les angles qui en dépendent, avec ceux auxquels conduit le premier (1). Ceci me suggère une réflexion que je ne crois pas devoir omettre.

Si je montrais à un physicien-géomètre le rapport $\sqrt{149}$ à $\sqrt{240}$, en lui disant que c'est celui qui a lieu dans la pyramide du quarz, entre la perpendiculaire menée du centre de la base sur un des côtés et la longueur de l'axe, il est très-probable qu'après l'avoir considéré, il y trouverait une petite correction à faire, pour le transformer en un autre rapport beaucoup plus simple; il ne s'agirait que d'ajouter une unité au dernier chiffre du terme $\sqrt{149}$, et alors le rapport deviendrait, au moyen de la division des deux termes par 30, celui de $\sqrt{5}$ à $\sqrt{8}$; c'est précisément celui auquel je suis parvenu. Je répondrais que l'extrême précision de l'instrument qui a

(1) M. Malus paraît avoir négligé les secondes, en mesurant les angles cités ci-dessus.

servi à déterminer le rapport dont il s'agit, ne me permet pas de l'altérer. Il pourrait me demander jusqu'où s'étend la différence entre l'inclinaison (1) des faces de la pyramide donnée par ce rapport, et celle qui résulte du rapport $\sqrt{5}$ à $\sqrt{8}$, et si je lui disais qu'elle se réduit à environ $4'$, je doute s'il ne serait pas tenté de la rejeter sur l'observation, plutôt que de l'imputer à la nature.

Étain oxidé.

Dans les déterminations que M. Phillips a publiées des formes cristallines relatives aux substances minérales qui ont été le sujet des articles précédens, ce savant s'est borné à donner les inclinaisons des faces de la forme primitive. J'ai déduit de ces inclinaisons celles des faces produites sur les formes secondaires en vertu des lois de décroissement, et je leur ai comparé celles auxquelles on parvient, en partant des angles donnés par le rapport que j'ai adopté entre les dimensions principales du solide primitif, comme étant la limite dont le choix est indiqué par le caractère de sa simplicité. M. Phillips a été beaucoup plus loin à l'égard des cristaux d'étain oxidé; il a mesuré immédiatement les diverses inclinaisons des faces qui terminent les formes secondaires, en sorte qu'ici je serai dans le cas de le comparer avec lui-même; et ce qui rendra, je l'espère, cette comparaison plus

(1) On aurait pu prendre pour angle fondamental celui qui dérive de cette inclinaison tout aussi bien que celui qui a lieu entre les faces du rhomboïde, et dans ce cas, l'instrument, pour être d'accord avec lui-même, aurait dû donner immédiatement l'angle de $133^{d.}\ 44'\ 46''$.

instructive et plus intéressante, c'est qu'une partie des inclinaisons dont il s'agit sont indépendantes des angles primitifs, et dérivent uniquement des lois de décroissement dont l'existence ne peut être révoquée en doute.

La forme primitive de l'étain oxidé, telle que je l'ai indiquée dans mon tableau comparatif, est un octaèdre (*fig.* 2.) dans lequel la base commune des deux pyramides dont il est l'assemblage est un carré. Tel est le rapport que j'ai adopté entre les dimensions principales, que l'arête oblique bs (*fig.* 3.) de la pyramide, et la demi-diagonale bc de sa base, sont entre elles comme les nombres entiers 7 et 3, ce qui donne $\sqrt{40}$ pour la valeur de la demi-diagonale bc de sa base et $\sqrt{20}$ pour celle de la perpendiculaire menée du centre sur l'un des côtés (1).

Parmi les divers angles que font entre elles les faces des cristaux d'étain oxidé, il en est un qui a fixé particulièrement l'attention de M. Phillips. C'est celui qui mesure l'incidence de s sur g (*fig.* 4.), dans la variété que j'ai nommée bissexdécimale. Il a désiré de comparer cette incidence, telle que l'indique ma théorie, avec celle que lui aurait donnée le goniomètre à réflexion; et comme l'instrument dont il se sert n'est divisé que de 5 en 5 minutes, il a emprunté celui de M. Carey, dont la division va jusqu'aux demi-minutes (2). L'angle dont il s'agit, mesuré à l'aide de cet instrument, est de 133^d. 32′ 30″.

(1) Il résulte de cette détermination, que la moitié du carré 40 de la demi-diagonale bc est égale à la somme 7+3 des lignes bs et cs.

(2) Ouvrage cité page 348.

Suivant ma théorie, il est de 133^d. 29′ 29″; différence 3′.

M. Phillips ayant déterminé tous les autres angles avec son goniomètre ordinaire, j'ai choisi de préférence celui qui vient d'être cité, pour en déduire géométriquement ces mêmes angles, et en faire la comparaison avec ceux qu'a obtenus M. Phillips, en employant les mesures mécaniques. Le rapport qui m'a servi de donnée est celui de cr à cs (*fig.* 2.), entre la perpendiculaire menée du centre de la base de la pyramide ahsb et l'un des côtés, tel que ab. J'ai trouvé que pour remplir le but que je me proposais, il fallait faire cr $=\sqrt{702}$ et cs $=\sqrt{317}$.

Ici se présente une remarque analogue à celle que j'ai faite à l'égard du quarz. Si l'on multiplie par 2 les deux termes du rapport précédent, on a $\sqrt{1404}$ et $\sqrt{634}$, et retranchant de part et d'autre le dernier chiffre, puis divisant par 7, cr : os :: $\sqrt{20}$: 3, ce qui est le rapport que j'ai adopté.

Je vais maintenant parcourir les diverses faces de la même variété, et faire la comparaison des résultats obtenus par les différentes méthodes, relativement à leurs incidences. Je les diviserai en deux séries, dont l'une comprendra les faces terminales P, S (*fig.* 4.), et l'autre les faces latérales g, r, l.

Pour les faces terminales. Nous avons ici trois espèces de résultats à comparer; savoir, 1°. ceux auxquels conduit la théorie; 2°. ceux qui ont été déterminés par M. Phillips, au moyen du goniomètre à réflexion; 3°. ceux qu'il aurait dû obtenir pour être d'accord avec lui-même, c'est-à-dire ceux auxquels on est conduit par le calcul, en partant des données du même savant. Je désignerai ces trois espèces de résultats par les lettres T, G, C.

Incidence de P sur P″ (*fig.* 1 et 3.) T. 67ᵈ· 42′ 32″; C. 67ᵈ· 48′ 4″; G. 67ᵈ· 50′.
différ. avec T, 7′ 28″; et avec C, 1′ 56″.

de P sur P′ (*fig.* 1 et 3.) T. 133ᵈ· 36′ 18″; C. 133ᵈ· 32′ 38″.
différ. entre C et T, 3′ 40″. } M. Phillips n'a pas donné la mesure de cette incidence.

de S sur S (*fig.* 3.) T. 121ᵈ· 45′ 24″; C. 121ᵈ· 41′ 54″; G. 121ᵈ· 40′.
différ. avec T, 5′ 24″; et avec C, 1′ 54″.

de P sur S T. 150ᵈ· 52′ 12″; C. 150ᵈ· 50′ 27″; G. 150ᵈ· 45′.
différ. avec T, 7′ 12″; et avec C, 5′ 27″.

Si M. Phillips ne s'était imposé la loi de s'en tenir strictement aux mesures mécaniques, il aurait pu déduire l'incidence de P sur s, de celle de 121ᵈ· 40′ qu'il avait trouvée entre s et s, en ajoutant 90ᵈ· à la moitié de cette dernière; ce qui lui aurait donné 150ᵈ· 50′, et l'aurait fait apercevoir que son goniomètre le mettait en opposition avec lui-même d'une quantité égale à 5′.

Pour les faces latérales. Les incidences mutuelles de ces faces sont dans un cas particulier, par une suite de ce que la base commune des deux pyramides, dont l'octaèdre primitif peut être regardé comme l'assemblage, est un carré. Elles peuvent être assimilées à celles qui résultent des lois de décroissemens sur les bords d'un cube, et dont il suffit que la mesure soit donnée, pour que les angles qui en dérivent s'en déduisent géométriquement, avec une précision rigoureuse.

Une construction simple fera aisément concevoir ce que je viens de dire. Soit absh (*fig.* 5) le carré qui représente la base indiquée par les mêmes lettres, et soient de, dk, kx, etc. des lignes qui fassent entre elles les mêmes angles que les pans g, r, l (*fig.* 4.) dont les lettres indicatives se trouvent répétées sur les lignes dont il s'agit (*fig.* 4). Prolongeons kd et xz jusqu'à la rencontre de fi, et ha, sb, jusqu'à la rencontre de fk et ix; puis menons kn et xy perpendiculaires sur fi. Les triangles ade, nkf, seront semblables à ceux que j'appelle *triangles mensurateurs*, et c'est en les résolvant que l'on détermine les inclinaisons des faces telles que r, g (*fig.* 4 et 5.) dont les positions coïncident avec leurs cotés extérieurs de, kd (*fig.* 5). Or, ces triangles sont évidemment rectangles dans le cas présent, et tels sont les rapports entre leurs côtés adjacens à l'angle droit, que ad est égal à ae, et que nf est triple de kn. Je joins ici le tableau des angles auxquels conduisent ces données, comparés à ceux qui ont été déterminés à l'aide du goniomètre à réflexion. Je continuerai de désigner les premiers par T, et les seconds par G.

Incidence de g sur l et sur l′; T. 135ᵈ· { M. Phillips a omis d'indiquer cette incidence; mais il n'est pas douteux qu'il ne l'ait supposée.

de l sur r ou sur r′; T. 161ᵈ· 33′ 54″; G, 161ᵈ· 35′.
Differ. 1′ 6″.

de g sur r ou sur r′; T. 153ᵈ· 26′ 6″; G, 153ᵈ· 25′.
Differ. 1′ 6″.

de r′ sur r′ . . . . . T. 143ᵈ· 7′ 48″; G, 143ᵈ· 10′.
Differ. 2′ 12″.

de r sur r′ . . . . . T. 126ᵈ· 52′ 12″; G, 126ᵈ 45′.
Differ. 7′ 12″.

Je remarquerai encore ici, que les deux faces r′, r′ faisant des angles égaux en sens contraires avec la face g, il suffit de connaître l'un de ces angles, pour en déduire l'inclinaison mutuelle de r′ sur r′, en retranchant $90^{d.}$ de l'angle dont il s'agit, et en doublant le reste. Ainsi l'angle que forme l'une des faces r′, r′ avec g étant de $153^{d.}\ 25'$, comme l'a trouvé M. Phillips, l'inclinaison de r sur r doit être égale au double de $163^{d.}\ 25' - 90^{d.}$; c'est-à-dire de $126^{d.}\ 50'$, et non pas de $126^{d.}\ 45'$, comme l'a donné le goniomètre à réflexion; ce qui se rapproche de la véritable mesure qui est de $126^{d.}\ 52'\ 12''$.

Il me reste à parler de la variété que j'appelle *distique*, et que représente la figure 6. Les facettes z, z′ qui la caractérisent, résultent d'un décroissement mixte par trois rangées en largeur et deux en hauteur sur les angles latéraux sab, sba (*fig.* 1.); d'où il suit qu'elles ont deux inclinaisons mutuelles différentes, dont la plus grande est celle de z sur z′. Ces deux inclinaisons étant données, celle de l'une quelconque des mêmes facettes sur g s'en déduit nécessairement à l'aide de la seule géométrie.

Je comparerai encore ici les trois espèces de résultats obtenus par les différentes méthodes, en me servant des mêmes lettres indicatives.

Incidence de z sur z′...... T. $159^{d.}\ 6'\ 58''$. C. $159^{d.}\ 6'\ 40''$. G. $159^{d.}\ 5'$,
différ. avec T, $1'\ 58''$; et avec C, $1'\ 40''$.
de z sur z........ T, $118^{d.}\ 19'\ 24''$. C. $118^{d.}\ 18'\ 22''$. G. $118^{d.}\ 10'$.
différ. avec T, $9'\ 24''$; et avec C, $8'\ 22''$.
de z ou de z′ sur g; T, $154^{d.}\ 59'$. C, $155^{d.}\ 0'\ 51''$. G, $155^{d.}\ 25'$.
différ. avec T, $26'$; et avec C, $24'\ 9''$.

La comparaison de ces résultats me conduit à une remarque qui ne me paraît pas indifférente. Dans ceux qui sont relatifs à l'incidence de z sur

z′, la différence dépendante de celle qui a lieu entre les données dont ils partent, s'est atténuée au point de se réduire à une minute et quelques secondes, et l'existence de la loi simple de décroissement qui, dans ma théorie, détermine les mêmes facettes, se trouve ainsi garantie de trois manières. Or, cette loi étant donnée, les autres résultats relatifs soit à l'incidence de z sur z, soit à celle de z sur g, deviennent les corollaires du premier (1); en sorte qu'ici, comme dans une multitude d'autres cas, le cristallographe qui a calculé un de ces angles liés étroitement à un résultat fondamental, ne le mesure ensuite que comme pour se satisfaire. Il ne doutait pas d'avance que l'observation, si elle était exacte, ne dût parler comme la théorie.

Cependant les mesures des deux dernières incidences prises au moyen du goniomètre à ré-

(1) Si l'on désigne par r la perpendiculaire cr sur ab (*fig.* 2.), par h l'axe cs de la pyramide, et par n le nombre de rangées soustraites, le rapport entre le sinus et le co-sinus de l'angle qui mesure la moitié de l'incidence de z sur z′ (*fig.* 6.), est celui de $\sqrt{2r^2\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2+h^2}$ à h. $\frac{n-1}{n+1}$; et à l'égard de la moitié de l'incidence de z sur z, le rapport correspondant est celui de $\sqrt{r^2(n-1)^2+h^2n^2}$ à h. De plus, le sinus de l'angle, dont le supplément mesure l'incidence de z sur g, est au co-sinus comme $(n-1)\sqrt{2r^2+h^2}$ est à $(n+1)$ h. Dans le cas présent, $n={}^3/_2$, et si l'on fait $r=\sqrt{20}$, $h=3$, on a les résultats indiqués par T. En faisant $r=\sqrt{702}$ et $h=\sqrt{317}$, on a ceux que désigne C. Or, il est visible que l'angle qui se déduit du premier rapport ayant été vérifié par l'observation, la mesure des angles auxquels conduisent les deux autres rapports, n'est, pour ainsi dire, que de surabondance.

flexion, divergent plus fortement, sur-tout la seconde, à l'égard du premier résultat, que toutes celles qui ont été citées jusqu'ici ; et il semble qu'on n'aurait pas eu lieu de s'y attendre. Car, suivant M. Phillips, les cristaux de la variété distique sur lesquels il a opéré réunissaient au mérite *d'une singulière beauté*, celui d'être d'un très-petit volume (1), condition si importante pour la précision des mesures, que le même savant, après avoir dit, dans un autre endroit (2), que les cristaux d'un certain volume, même ceux dont les faces paraissaient être le plus exactement de niveau, offraient des différences très-sensibles dans la détermination de leurs angles, tandis qu'au contraire ceux qui ont de petites dimensions donnent des résultats uniformes, en conclut qu'ils sont les seuls sur lesquels on puisse compter, pour arriver à la précision.

J'ajouterai ici une considération qui sort naturellement de tout ce qui précède. Le tableau des mesures d'angles prises par M. Phillips sur les différentes variétés d'étain oxidé (3), à l'aide du goniomètre à réflexion, quelque supériorité qu'ait cet instrument sur le goniomètre ordinaire, et quelle que soit l'habileté avec laquelle il le manie, présente une série de résultats qui ne sont réellement qu'approximatifs, qui ayant été déterminés comme à l'insçu les uns des autres, n'ont aucun lien commun, et dont quelques-uns même sont contradictoires. Bien loin de s'accorder avec les lois simples de la scructure, ils tendraient plutôt à les transformer en autant d'anomalies. Si l'on supposait, par exemple, que l'incidence de r sur r' des deux côtés de g (*fig.* 4) fût exactement de 143d. 10', comme l'indique M. Phillips, les deux côtés adjacens à l'angle droit dans le triangle mensurateur, seraient entre eux, en se bornant de part et d'autre à 5 chiffres, comme 94878 : 31393, et les nombres correspondans de rangées soustraites suivraient le même rapport. Substituez à ces deux séries, les nombres 3 et 1 auxquels elles sont à-peu-près proportionnelles, et vous avez une loi simple, qui est celle de la nature. Cet exemple fait voir combien il importe aux progrès des sciences que la théorie se joigne à l'observation, pour la régulariser, pour faire disparaître les défauts de liaison qu'elle laisserait entre ses résultats, si elle restait abandonnée à elle-même, et pour en composer un ensemble dont toutes les parties soient en harmonie les unes avec les autres.

(1) Mémoire cité, page 363.
(2) *Id.* page 347.
(3) *Id.* page 349.

Plomb sulfaté.

La description que je vais donner des cristaux de plomb sulfaté, a été amenée par des observations que j'ai faites depuis la publication de mon tableau comparatif. L'examen des nouveaux cristaux qui m'ont été envoyés d'Angleterre, pendant cet intervalle, m'a fait reconnaître une erreur considérable qui s'était glissée dans mon ancienne détermination (1). Mais les observations les plus décisives à cet égard, sont

(1) Cette erreur, qui est d'environ 8d., provenait de ce qu'à l'époque de ma détermination, où les cristaux de plomb sulfaté étaient ici d'une extrême rareté, je m'étais servi, pour mesurer les angles primitifs, d'un petit fragment où les joints naturels,

venues de ceux que renfermait un envoi très-intéressant qui m'a été adressé de Wolfach, par M. Selb, premier conseiller des mines du grand duc de Bade et directeur des mines du prince de Furstemberg. Ces cristaux, qui sont diaphanes, réunissent à un volume considérable une forme nettement prononcée, dont toutes les faces sont exactement de niveau ; et la satisfaction d'en être redevable aux bontés d'un savant si justement célèbre a doublé le prix que leur donnent à mes yeux et leur perfection et l'heureuse influence qu'ont eue sur les résultats de mon travail les observations dont ils ont été le sujet.

J'ai continué d'adopter pour type de l'espèce dont il s'agit, l'octaèdre rectangulaire, que m'avait indiqué la division mécanique. Mais j'en ai changé les dimensions conformément aux nouvelles mesures prises avec tout le soin possible, à l'aide du goniomètre ordinaire. Soit ss′ (*fig.* 7) l'octaèdre dont il s'agit, si je mène l'axe cs de la pyramide, ensuite cr et ct l'une perpendiculaire sur kx, l'autre sur ct, puis rs et ts, l'angle src mesurera la moitié de l'incidence de P sur P‴ (*fig.* 8.), et l'angle stc (*fig.* 7.) la moitié de l'incidence de P″ sur P′. Or, en faisant cr : cs (*fig.* 1.) comme $\sqrt{13} : \sqrt{8}$, et ct : cs :: $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ (1) je trouve $76^{d.}\ 12'$ pour la première incidence, et $101^{d.}\ 32'$ pour la seconde. Dans la même hypothèse, l'incidence de P sur P″ (*fig.* 8.) = $119^{d.}\ 51'$.

mis à découvert par la division mécanique, avaient un tissu inégal, capable de faire illusion sur leurs véritables inclinaisons respectives.

(1) Si l'on veut mettre les deux rapports sous la forme où ils auraient la ligne cs pour terme commun, on fera cs = $\sqrt{24}$, ct = $\sqrt{16}$, cr = $\sqrt{39}$.

Le co-sinus de l'angle qui mesure l'incidence de la face nsx (*fig.* 7.) sur la face ksh, située du côté opposé dans la même pyramide, est $\frac{1}{5}$ du rayon, et celui de l'angle qui mesure l'incidence de ksx sur ks′x en est les $\frac{5}{21}$, en sorte que si l'on représente le premier co-sinus par $\frac{4}{20}$, il suffira d'ajouter une unité à chacun des termes de la fraction, pour avoir l'expression de l'autre co-sinus.

M. Phillips a trouvé pour l'inclinaison de P sur P‴ (*fig.* 8.) le même angle de $76^{d.}\ 12'$, que celui qui résulte de ma détermination. Mais il indique $101^{d.}\ 20'$ au lieu de $101^{d.}\ 32'$, pour l'incidence de P″ sur P′, ce qui fait une différence de 12′. Celle de P sur P″, qui se déduit des précédentes, serait égale à $119^{d.}\ 54'$, dont la différence avec celle que j'ai obtenue n'est que de 3′. Le rapport entre ct et cs, qui conduit à l'incidence de P″ sur P, telle que la donne M. Phillips, est celui de $\sqrt{100}$ à $\sqrt{149}$. Il en est de ce rapport comme de ceux que j'ai cités dans les deux articles précédens, c'est-à-dire, qu'il suffit de modifier légèrement un des deux termes pour avoir mon rapport. Dans le cas présent, si l'on ajoute une unité au chiffre 9 du second rapport, on a $\sqrt{100} : \sqrt{150}$, ou $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ comme dans ma détermination.

D'après le rapport $\sqrt{100}$ à $\sqrt{149}$, le co-sinus de l'angle qui mesure l'incidence de nsx (*fig.* 7.) sur ksh est les $\frac{49}{249}$ du rayon, au lieu d'en être le $\frac{1}{5}$, ce qui offre une sorte de discordance entre les deux rapports, qui sont liés l'un à l'autre dans ma détermination. Si cette dernière n'est pas la véritable, il faut convenir du moins qu'elle est plus satisfaisante pour l'esprit.

Le plus volumineux des cristaux qui m'ont été envoyés par M. Selb, et que représente la figure 9, offre des faces s, l, que je n'ai observées sur aucun des cristaux d'Angleterre; c'est ce qui m'engage à donner ici la description complète de la variété à laquelle appartient ce cristal, et que je nomme *déci-sexdécimale*.

Mais je dois prévenir que pour des raisons dont l'exposé m'entraînerait trop loin de mon sujet, j'ai adopté relativement à toutes les formes secondaires, qui ont pour noyau un octaèdre, la méthode qui se trouve indiquée dans mon Traité (t. I, p. 464 et s.) pour celles qui dérivent de l'octaèdre régulier. Elle consiste à transformer l'octaèdre en parallélipipède, par l'addition de deux tétraèdres semblables à ceux que donne la division mécanique sur deux faces opposées de cet octaèdre, et à considérer les décroissemens d'où dépendent les faces secondaires, comme ayant lieu sur les bords ou sur les angles du parallélipipède, par des soustractions d'une ou plusieurs rangées de petits parallélipipèdes de la même forme. Le parallélipipède substitué à l'octaèdre dans le cas présent, et que l'on voit (*fig.* 10), résulte de l'application de deux tétraèdres sur la face P′ (*fig.* 8) et sur son opposée. D'après cette manière de voir, le signe représentatif de la variété dont il s'agit est $\underset{P}{P}\ \underset{S}{\overset{4}{E}}\left({}^{\frac{4}{3}}E\ \underset{l}{\overset{3}{B}}\ \overset{1}{D}\right)\underset{o}{\overset{}{A_{1}}}$.

Les décroissemens qui donnent les faces l, s, (*fig.* 9.) ont entre eux un tel rapport, que les intersections γ, γ des premières avec S et P″ sont exactement parallèles.

Voici la mesure des divers angles qui résulte de ma détermination :

Incidence de	P	sur P‴,	76$^{d.}$ 12′.
	P″	sur P′,	101$^{d.}$ 32′.
	P	sur P″,	119$^{d.}$ 51′.
	P	sur o,	141$^{d.}$ 54′.
	P″	sur o,	129$^{d.}$ 14′.
	P	sur s,	154$^{d.}$ 17′.
	P″	sur s,	141$^{d.}$ 40′.
	l	sur P″,	155$^{d.}$ 15′.
	l	sur s,	166$^{d.}$ 25′.
	l	sur o,	135$^{d.}$ 55′.

Avant d'en venir aux conséquences qui découlent de tout ce qui précède, je dois exposer la méthode que j'ai suivie, pour déduire de l'observation les données qui m'ont servi à résoudre les problèmes relatifs à la détermination des formes cristallines. Les quantités composantes des formules, qui représentent généralement les côtés des triangles que j'appelle *mensurateurs*, expriment certaines lignes que l'on peut concevoir tracées sur la surface des solides primitifs, ou menées dans leur intérieur, telles que les diagonales des faces, les axes, les lignes menées perpendiculairement sur ces axes, soit du centre des faces, soit des angles solides. Si la formule se rapporte, par exemple, à un rhomboïde, elle renfermera les expressions g et p des moitiés de la diagonale horizontale et de l'oblique de chaque rhombe, l'expression *a* de l'axe, et celle de la mesure du décroissement à déterminer, ou du nombre de rangées soustraites que l'on désigne par *n*. Cette dernière expression est toujours simple, ou du moins ne s'écarte de la simplicité que jusqu'à un degré peu reculé. A l'égard des autres expressions; elles sont également simples dans les formes qui ont un caractère particulier de symétrie et de régularité, où de plus elles dérivent immédiatement de ces formes. Ainsi, dans le rhomboïde qui représente la molécule soustractive du dodécaèdre rhomboïdal, le rapport entre les demi-diagonales de chaque rhombe est celui de $\sqrt{2}$ à 1; ce rapport est aussi celui qui a lieu entre la perpendiculaire menée du milieu de chaque face sur l'axe, et la partie de cet axe qu'elle intercepte. Dans le rhomboïde que je considère comme la molécule soustractive de l'octaèdre régulier, le premier rapport est celui de 1 à $\sqrt{3}$, et le second celui de 1 à $\sqrt{8}$. Dans le cube il y a égalité entre les deux termes du premier rapport, et le second est celui de 1 à $\sqrt{2}$. Le co-sinus, soit du petit angle plan, soit de la plus petite incidence des faces, a cela de remarquable que son rapport avec le rayon est rationnel; et pour me borner ici à celui qui concerne l'incidence des faces, il est la moitié du rayon dans le rhomboïde du grenat, il en est le tiers dans celui qui appartient à l'octaèdre régulier, et dans le cube il devient zéro.

Une partie des lois de décroissemens d'où dépendent les variétés secondaires relatives aux formes dont il s'agit, sont dans le même cas que les rapports entre les dimensions de ces formes, c'est-à-dire que leur mesure est censée être donnée *à priori*. Ainsi le passage du cube au dodécaèdre rhomboïdal, que présente l'aplome, celui du même solide à l'octaèdre régulier, qui a lieu dans le fer sulfuré, et celui de ce dernier solide aux deux précédens, dont la chaux fluatée offre

des exemples, se font évidemment en vertu d'un décroissement par une rangée sur les bords ou sur les angles de la forme qui fait la fonction de primitive. La même considération s'applique au solide trapézoïdal, pris pour forme secondaire soit du cube, comme dans l'analcime, soit de l'octaèdre régulier, comme dans l'ammoniaque muriatée, soit du dodécaèdre rhomboïdal, comme dans le grenat. Lorsque la loi du décroissement n'est pas indiquée immédiatement par l'aspect de la forme, on peut la déterminer avec certitude d'après la raison de la plus grande simplicité. Ainsi, en mesurant, à l'aide du goniomètre ordinaire, l'inclinaison respective des pentagones du fer sulfuré dodécaèdre, à la rencontre de leurs bases, je trouve qu'elle approche beaucoup d'être égale à 127^d. De plus, le calcul m'apprend que dans l'hypothèse où le décroissement qui produit ces pentagones, aurait lieu par deux rangées en largeur sur les bords du cube primitif, qui leur servent de lignes de départ, l'inclinaison dont il s'agit serait de 126^d. $52'$ $12''$; j'en conclus que cet angle est celui de la nature, et la théorie me donne la valeur exacte de cette petite différence de $7'$ $48''$, que l'instrument ne peut saisir.

Lorsque le célèbre Coulomb fit ses belles expériences, à l'aide desquelles il démontra que les forces électriques et magnétiques suivaient la raison inverse du carré de la distance, les expressions numériques de ces forces, déduites des moyens mécaniques qu'il employait pour les mesurer, ne représentaient jamais rigoureusement la loi à laquelle il supposait que ces mêmes forces étaient soumises; mais elles la touchaient de si près, qu'il avait droit de rejeter la différence sur les petites erreurs inséparables de l'observation. Ainsi, dans une expérience relative au magnétisme, où la mesure des forces dépendait du carré du nombre d'oscillations que faisait en 60″ une aiguille aimantée suspendue librement, et placée successivement à deux distances du centre d'action d'un barreau aimanté, dont l'une était double de l'autre, il observa que les nombres d'oscillations correspondantes étaient l'un de 41, et l'autre de 24 et quelque chose. Or, pour que les carrés de ces nombres, déduction faite du carré de 15, qui représentait l'action du globe sur l'aiguille, fussent entre eux dans le rapport inverse du carré des distances, il fallait supposer que l'aiguille, dans sa seconde position, faisait 24 oscillations, plus $\frac{27}{100}$ à très-peu près. Le calcul donnait ainsi la valeur précise d'une correction que l'observation laissait dans le vague. Telle est, en général, la marche des sciences physiques, et nous sommes d'autant mieux fondés à regarder nos expériences comme décisives, lorsqu'elles ne donnent que de légères différences avec les résultats de nos théories, qu'on aurait plutôt lieu d'être surpris qu'elles n'en donnassent aucune.

Dans les espèces dont les formes primitives diffèrent plus ou moins de celles que j'ai citées, et que l'on peut regarder comme les limites de toutes les autres, les rapports entre les lignes qui entrent comme données dans la solution des problèmes, ne peuvent plus être déterminés qu'à l'aide de l'observation; mais il m'a semblé que ces formes s'assimilaient à leurs limites, en ce que les rapports dont il s'agit de-

vaient aussi être simples, ou du moins approcher jusqu'à un certain point de la simplicité.

La méthode que j'ai adoptée pour obtenir ces rapports sous la forme la plus avantageuse, consiste à représenter, par des quantités radicales, les deux termes qui les composent. Il en résulte que, parmi les formes primitives qui appartiennent aux différentes espèces, celles qui sont susceptibles d'être coupées dans un certain sens de manière que la section soit un rhombe, participent d'une propriété remarquable, dont jouissent les solides qui ont le caractère de limite, savoir que le co-sinus du petit angle du rhombe est un nombre rationnel. Divers prismes rhomboïdaux, dont la section est un parallélogramme obliquangle, dans lequel les côtés ne sont égaux que deux à deux, partagent la même propriété, par une suite de ce que la ligne menée de l'extrémité supérieure de l'arête sur laquelle naît leur base à l'extrémité inférieure de l'arête opposée, est perpendiculaire sur l'une et l'autre, ainsi que je l'ai expliqué dans mon *Mémoire sur la Loi de Symétrie* (1).

Les rapports dont il s'agit se montrent, par intervalles, dans la série de ceux que donnent les divers angles qui sous-divisent la circonférence. Ils ont lieu aux endroits où leurs nombres composans sont susceptibles d'être divisés par un facteur commun, qui abaisse leurs valeurs, et les dégage de la complication dans laquelle elles étaient enveloppées. Les intervalles qui séparent

(1) *Mémoires du Muséum d'Histoire naturelle*, tome I, page 206; et *Journal des Mines*, t. XXXVII, n°. 219.

ces rapports répondent à des différences dans les angles correspondans, qui varient plus ou moins, tantôt d'un quart de degré, tantôt d'un demi-degré ou davantage. Lorsque les cristaux sur lesquels on opère sont d'une forme peu prononcée, il est possible que l'on prenne pour le véritable rapport un de ceux dont il est voisin; et c'est ce qui a dû nécessairement m'arriver plus d'une fois, lorsque j'ai composé la partie géométrique de mon Traité. J'ai rectifié, ainsi que je l'ai déjà dit, une partie de mes anciennes déterminations, parmi lesquelles il en est plusieurs qui sont relatives à des mesures d'angles, prises par M. Phillips, dont elles se trouvent aujourd'hui beaucoup plus rapprochées.

En admettant donc que je sois parvenu, à l'égard de toutes les autres espèces, à des rapports où l'exactitude se concilie autant qu'il est possible avec la simplicité, comme il me semble que je l'ai fait en particulier pour le quarz, l'étain oxidé et le plomb sulfaté, je me crois fondé à dire que ces rapports suffisent pour déterminer, sans aucune équivoque, les lois de décroissement d'où dépendent les formes secondaires qui appartiennent à chaque espèce; car la différence qu'entraînerait dans les inclinaisons des faces la méprise qui ferait prendre une loi pour une autre, serait beaucoup plus grande que celle qui pourrait exister entre les angles primitifs donnés par le rapport que j'ai adopté, et ceux auxquels aurait conduit le goniomètre à réflexion. Il y a même dans les résultats qui dérivent des uns et des autres, une convergence digne d'être remarquée, et très-favorable à la théorie. Elle consiste en ce que les différences

entre les angles primitifs en déterminent de beaucoup plus petites dans les inclinaisons des faces secondaires, au point que quelquefois elles approchent du terme où elles s'évanouiraient. Je prendrai pour exemple les angles du rhomboïde primitif de la chaux carbonatée. Suivant les mesures de MM. Wollaston et Malus, l'angle que forme une face quelconque de ce rhomboïde avec une parallèle à l'axe, est de $134^{d.}\ 37'$, au lieu de $135^{d.}$, que j'avais indiqués d'après la condition que, quand l'axe du rhomboïde était situé verticalement, chacune de ses faces fût également inclinée à un plan vertical et à un plan horizontal. En partant des deux mesures précédentes, on trouve, pour le grand angle que forment entre elles les faces du rhomboïde, d'une part $105^{d.}\ 5'$, et de l'autre $104^{d.}\ 28'$, ce qui fait une différence de $37'$. Or, cette différence s'atténue en passant dans les résultats des décroissemens qui produisent les formes secondaires, de manière que dans le dodécaèdre métastastique, elle n'est plus que de $10'$ et $4'$ pour les deux inclinaisons respectives des faces situées vers un même sommet. Dans un autre dodécaèdre, qui résulte d'un décroissement dont l'exposant est $\frac{5}{4}$ sur les mêmes bords du rhomboïde primitif, elle se réduit à $2'$ et $1'\ 2''$, et dans un troisième dodécaèdre produit en vertu d'un décroissement intermédiaire sur l'angle inférieur, et qui appartient à la variété que j'ai nommée *euthétique*, elle tombe à $1'\ 50''$ et $26''$.

Or, il est évident que le goniomètre ordinaire, employé à vérifier ces divers résultats, est d'une précision qui peut passer pour rigoureuse. Les angles des cristaux de quarz, d'étain oxidé et de plomb sulfaté, ont offert des convergences du même genre, quoique un peu moins sensibles.

J'ajoute que les formes des molécules intégrantes étant les types géométriques des espèces, les rapports que j'ai adoptés, ont, par une suite de leur simplicité, l'avantage d'offrir des conceptions nettes et faciles à saisir de ce qui caractérise ces types, et des lignes de démarcation qui s'en déduisent entre les diverses espèces, au lieu que l'esprit ne voit, pour ainsi dire, que d'une manière confuse, ces caractères distinctifs à travers les grands nombres qui les offusquent.

On saisit tout d'un coup et l'on conserve dans sa mémoire le résultat qui nous apprend que le co-sinus de la plus petite incidence des faces, dans le rhomboïde primitif du quarz, est un treizième du rayon; mais cet autre résultat, d'après lequel il en est les $\frac{93}{1250}$, n'entre pas aisément dans l'esprit, et ne dit rien à la mémoire.

J'ai avancé plus haut que les rapports entre les dimensions des solides primitifs, tels que je les ai adoptés, suffisaient pour déterminer, d'une manière non équivoque, les lois de décroissement d'où dérivent les formes secondaires. C'est ce que je vais rendre sensible, à l'aide d'un exemple que je tirerai des formes qni naissent des décroissemens sur les bords inférieurs D, D (*figure* 11) du rhomboïde primitif de la chaux carbonatée. Ce décroissement donne des dodécaèdres à triangles scalènes, plus ou moins allongés, que je représente en général par celui que l'on voit (*fig.* 12). Dans le cas de deux rangées soustraites, on a la variété métastatique, où l'incidence de N sur N est de $144^{\text{d.}}\,20'\,26''$, celle de N sur N′ de $104^{\text{d.}}\,28'\,40''$, et celle de N sur N″ de

$133^{\text{d.}}\,26'$. Parmi les autres dodécaèdres connus, celni qui approche le plus du précédent a pour signe $\overset{\frac{7}{4}}{D}$; cette loi donne

Pour l'incidence de N sur N, $139^{\text{d.}}\,52'\,50''$,
Différence, $4^{\text{d.}}\,27'\,36''$;
Pour celle de N sur N′, $106^{\text{d.}}\,13'\,30''$,
Différence, $1^{\text{d.}}\,44'\,50''$;
Et pour celle de N sur N″, $141^{\text{d.}}\,12'\,24''$,
Différence, $7^{\text{d.}}\,46'\,24''$;

d'où l'on voit qu'il est bien facile d'éviter la méprise qui ferait prendre ce dodécaèdre pour le métastatique.

Supposons un autre dodécaèdre beaucoup plus voisin de ce dernier, et dont le signe serait $\overset{\frac{15}{8}}{D}$., nous aurons pour l'incidence de N sur N, $142^{\text{d.}}\,13'\,22''$, dont les différences avec les angles qui leur correspondent sur les deux dodécaèdres précédens sont de $2^{\text{d.}}\,7'\,4''$ et de $2^{\text{d.}}\,20'\,32''$;

Pour l'incidence de N sur N′, $105^{\text{d.}}\,15'\,14''$;
Différences, $46'\,34''$ et $58'\,16''$,
Et pour celle de N sur N″, $137^{\text{d.}}\,5'\,56''$;
Différences, $6^{\text{d.}}\,14'\,30''$ et $4^{\text{d.}}\,6'\,28''$.

On voit qu'il reste encore une certaine latitude pour les différences appréciables que pourraient donner d'autres dodécaèdres qui se rapprocheraient de plus en plus du métastatique, mais qui ne doivent être regardés que comme hypothétiques, parce que la loi dont ils dépendraient s'écarterait encore plus de la simplicité des lois ordinaires, que celle qui est représentée par $\overset{\frac{19}{8}}{D}$, dont la possibilité peut déjà être révoquée en doute.

Je reviens aux mesures d'angles prises à l'aide du goniomètre à réflexion. M. Phillips avoue que cet instrument est très-délicat, et exige une grande attention dans le choix des cristaux que l'on se propose de soumettre à ses mesures. Il en cite un qui lui a donné successivement, pour l'inclinaison de deux de ses faces, $92^{d.}\ 55'$ et $93^{d}\ 20'$ ou même $93^{d.}\ 25'$, ce qui fait une variation de $30'$. Il parle d'un autre genre de difficulté, qui provient des inégalités de la réflexion sur les diverses faces (1). Ayant entrepris de déterminer les angles des cristaux d'étain oxidé, il a dû avoir à sa disposition ce que le comté de Cornouailles offre de plus parfait en ce genre, et il a fourni lui-même la pierre de touche de ses résultats, en indiquant des mesures qui sont censées être données *à priori*, ou qui dépendent géométriquement les unes des autres. Nous avons vu que quelques-unes des différences qui l'avaient empêché d'être d'accord avec lui-même, étaient égales à celles qui existent entre les angles primitifs indiqués par son goniomètre, et ceux qui répondent à la limite que j'ai adoptée, et qu'il y en a même une qui s'étend beaucoup plus loin, savoir celle qui est de $26'$.

Sans oser prétendre que les rapports simples d'où dépendent ces sortes de limites soient les véritables rapports de la nature, comme m'ont paru le présumer des savans d'un mérite distingué, je pense du moins que les résultats qui

(1) Ouvrage cité. Note à la page 347.

viennent d'être cités ne suffisent pas pour démontrer le contraire. Mais je supposerai, si l'on veut, que le goniomètre à réflexion, manié avec toute l'habileté qu'il exige sur des cristaux dont la perfection ne laisse rien à désirer, donne des différences appréciables avec les angles relatifs aux rapports dont je viens de parler, et que ces différences aillent jusqu'à un demi-degré ou au-delà.

Pour rendre les nouveaux angles obtenus par ce moyen susceptibles d'être employés dans les applications de la théorie, il faut en déduire un rapport fixe entre leurs sinus et leurs co-sinus. Mais d'abord les angles dont il s'agit ne peuvent être que des à-peu-près; les mesures dont on les a conclus, n'ont qu'une précision indéfinie. De plus, en supposant que, dans l'évaluation de ces mesures, on néglige tout ce qui est au-delà d'une certaine quantité, telle que la minute ou la seconde, les nombres représentatifs des sinus et des co-sinus offriront toujours des séries de décimales qui n'auront point de terme; en sorte qu'il faudra encore y négliger quelque chose pour les soumettre au calcul. Dans ma manière d'opérer, le retour à un rapport simple, qui s'offre comme de lui-même, indique le point fixe où il faut s'arrêter; en sorte que si plusieurs observateurs se dirigent d'après la même règle, ils s'accorderont sur le choix du point fixe dont il s'agit. Si au contraire on suppose qu'ils partent des mesures prises avec divers instrumens qu'ils auront entre les mains, ils varieront nécessairement dans le choix de la limite à laquelle ils devront s'en tenir.

Ainsi les mesures d'angles qui ont été publiées, quoique précieuses en elles-mêmes, ne sont jusqu'ici que des résultats d'observations pour ainsi dire isolées, qu'on ne s'est pas occupé de mettre sous la forme convenable, pour les faire servir à manier la théorie. C'est aux savans qui nous ont donné ces mesures à compléter leur ouvrage, en indiquant la manière d'en déduire des données fixes pour la solution des problèmes relatifs à la géométrie des cristaux. Mais ce que je crois pouvoir assurer, c'est que ces données ne feront autre chose que déplacer un peu le terme d'où la théorie devra partir, et que sans autre secours que celui du goniomètre ordinaire, elle a dès maintenant tout ce qu'il lui faut pour arriver par une route également sûre et facile à son but principal.

NOTE

Sur une explosion souterraine.

Le 8 juin 1817, jour de dimanche, sur les sept heures du soir, au moment où les mineurs allaient rentrer dans les travaux de la mine de houille de La Tour, commune de Firminy, département de la Loire, il s'est fait une explosion violente et inattendue, qui a blessé trois ouvriers et causé des dégradations considérables, tant à l'intérieur qu'à l'extérieur. L'ingénieur des mines de l'arrondissement, M. Burdin, s'est transporté de suite sur les lieux pour dresser procès-verbal et faire son rapport à M. le préfet, suivant ce qui se pratique en pareil cas. Ce magistrat a pris un arrêté en vertu duquel il a été pourvu, par urgence, à la réparation des dommages et aux mesures de sûreté, sous la direction des ingénieurs des mines du département. Notre objet, dans cette note, n'est pas de décrire l'événement, mais d'en faire connaître quelques circonstances assez remarquables, qu'on lit dans le procès-verbal de M. Burdin.

La mine de La Tour a été jusqu'à présent exploitée à l'aide d'un seul puits, dont la profondeur est de 80 mètres (environ 250 pieds), et qui tombe sur le toit de la couche de houille en extraction (1). Antérieurement à l'événement, l'imperfection des moyens d'aërage et l'abondance du gaz hydrogène exigeaient qu'après chaque jour de repos, on fît descendre un ouvrier pour enflammer les portions de gaz dispersées dans les travaux, et prévenir ainsi toute espèce d'accident. Le 8 juin 1817, le nommé Bouin, piqueur, se trouva chargé de cette fonction; à peine a-t-il été sorti de la tonne qui l'avait descendu au fond du puits, que sa lumière s'est trouvée en contact avec un mélange très-volumineux et détonnant de gaz inflammable; l'explosion a eu lieu avec une extrême violence. Bouin, ren-

(1) Voyez la carte générale des mines de houille de la Loire, *Annales des Mines*, volume de 1816; la couche dont il s'agit fait partie du premier groupe et se trouve marquée de la lettre D. Le puits est placé près de La Tour, du côté du couchant : il a été commencé le 1er. août 1815, et il a atteint la houille en douze mois et demi.