

aussi que la formation principale de porphyre et de syénite renferme quelquefois un *terrain de granite* absolument semblable à celui qui constitue la plus ancienne formation primordiale connue.

C'est ainsi que tout se lie et s'enchevêtre dans l'étude géognostique des terrains. Nous avons reconnu, pour chaque nature des roches, les passages les plus insensibles des terrains de différentes classes, entre eux; nous avons reconnu, dans chaque classe, des passages semblables entre les terrains de nature diverse, et même entre ceux qui nous semblent être les produits de genres de phénomènes entièrement différens; nous apercevons maintenant des rapports extraordinaires entre les formations regardées comme les plus anciens résultats de précipitations dans un liquide, et celles dont on attribue l'existence à des éruptions volcaniques, postérieures à presque tous les dépôts aqueux: cette liaison entre des produits d'époques si éloignées, cette conformité entre des objets dont la dissemblance paraît devoir être si grande, tout nous fait voir une constance et un enchaînement également admirables dans les lois que l'auteur des choses a données à la nature; mais tout nous fait voir, en même temps, la vanité des systèmes avec lesquels nous prétendrions déterminer et expliquer ces lois, lorsque nous commençons à peine à connaître une petite partie de leurs effets.

RECHERCHES

SUR

LES EFFETS DYNAMIQUES DES ROUES

MUES

PAR LA PÉRCUSSION DE L'EAU;

PAR M. ROUSSELL-GALLE, Ingénieur au Corps royal des Mines.

~~~~~

DIVERSES théories ont été proposées sur les effets des roues hydrauliques à percussion. Dans les unes, l'impulsion du fluide dirigé perpendiculairement contre les aubes, est supposée proportionnelle au carré de la vitesse à laquelle elle est due, et à la surface choquée; dans les autres, c'est seulement le produit de cette surface, par la première puissance de la vitesse, qui représente la loi du choc. Quoique la première hypothèse parût être confirmée par les expériences de Bossut, l'expression donnée par la seconde a été presque généralement admise, dès qu'on a connu les recherches expérimentales de Sméaton.

Ce n'est point une théorie nouvelle que je vais exposer ici, mais bien la preuve que les formules de Bossut sont, jusqu'à présent, ce qui approche le plus de la vérité, qu'il se rencontre nombre de cas dans la pratique où elles s'en écartent peu, et qu'au contraire, l'emploi des autres ne pourrait qu'induire dans les plus grandes er-

reurs. Mais il est assez singulier que ce soit principalement à l'aide de ces mêmes expériences de Sméaton, qui ont fait rejeter les résultats de Bossut, et adopter ceux de Borda et de Don Georges Juan, que j'espère convaincre les mécaniciens et les géomètres.

Lorsque le courant est supposé n'exercer son action perpendiculaire que sur une seule aube, l'expression de l'effet, suivant la première hypothèse, est, en appelant  $A$  la surface choquée,  $C$  le coefficient de la percussion,  $u$  la vitesse du centre d'impression, et  $V$  celle du courant, la densité de l'eau étant un,  $CAu(V-u)^2$ . La supposition d'une seule aube qui se meuve parallèlement à elle-même, ne se réalise jamais dans la pratique; mais il est évident qu'on en sera d'autant moins éloigné, que le nombre des aubes sera plus grand, et l'axe plongé plus petit, par rapport au rayon. D'après cela, on doit présumer que si, comme il est permis de le croire, d'après les expériences de Bossut, la loi supposée est celle de la nature, ou en diffère peu, cette formule sera une limite applicable dans bien des cas.

Cependant, parce que la vitesse correspondante au *maximum* d'effet est ici,  $\frac{1}{3}V$ , et que les résultats de Sméaton égalent souvent  $\frac{2}{5}V$ , paraissent atteindre quelquefois  $\frac{1}{2}V$ , et surpassent toujours  $\frac{1}{3}V$ , on s'est empressé de rejeter

l'expression précédente, et de la remplacer par cette autre,  $CAuV(V-u)$ , qui se déduit de la seconde hypothèse, et qu'on a cherché aussi, par des considérations précieuses, à conclure

de la première; préférence qu'on veut aujourd'hui justifier, par la raison qu'au *maximum*, on a ici  $u = \frac{V}{2}$ , ce qui, en effet, paraît parfaitement d'accord avec les expériences de Sméaton.

Cela posé, si, dans une fonction quelconque susceptible d'un *maximum*, on substitue pour la variable, la valeur qui y correspond, augmentée d'une quantité  $h$ , on sait que d'après les conditions générales des *maxima* et des *minima*, la variation de la fonction sera nécessairement de cette forme,  $Ah^{2n} + Bh^{2n+1} + \text{etc.}$ ,  $n$  étant un nombre entier; d'où il suit, que pour les petites valeurs de  $h$ , la fonction ne changera pas sensiblement, et que son accroissement pourra être négligé. C'est ainsi que dans le cercle, à l'accroissement infiniment petit de l'abscisse, répond, pour la plus grande ordonnée, une variation infiniment petite du second ordre.

Aussi, en substituant successivement  $\frac{V}{2}$  et  $\frac{2}{5}V$ , à la place de  $u$ , dans la formule  $CAu(V-u)^2$ , on trouve  $\frac{AV^3}{8}$ , et  $\frac{18AV^3}{125}$ ; quantités

qui ne diffèrent respectivement de  $\frac{4}{27}AV^3$ , valeur de l'effet *maximum*, que de  $\frac{1}{43}$  et de  $\frac{1}{24}$ . Par là, est mise en évidence la possibilité que cette formule approche beaucoup de l'exactitude dans certains cas, et que néanmoins, la vitesse de la circonférence de la roue, ou mieux celle du centre d'impression qui donne le plus grand effet, surpasse sensiblement le tiers de celle du courant. Nous verrons, en effet, que la va-

leur  $u = \frac{1}{3} V$  donnée au *maximum*, par l'expression  $CAu(V-u)^2$ , est la limite dont on approchera dans la pratique, toutes les fois que les machines réuniront, autant que possible, les conditions exigées pour l'exactitude rigoureuse de cette formule, et que, dans les autres cas, la vitesse *maximum* pourra surpasser  $\frac{1}{3} V$ , mais n'atteindra point  $\frac{1}{2} V$ .

Passons maintenant aux résultats d'expériences qui doivent mettre les assertions précédentes hors de doute, et parcourons d'abord les recherches expérimentales de Sméaton.

La table première de ces recherches contient les données et les résultats de vingt-sept expériences faites avec une roue de 75 pouces de circonférence, portant vingt-quatre ailes dirigées au centre, et tournant dans un coursier. Admettant, conformément à l'observation, que dans ce cas le coefficient de la percussion est sensiblement égal à l'unité, l'expression de l'effet, dans l'hypothèse où l'intensité du choc est proportionnelle au carré de la vitesse relative du fluide, sera simplement  $Au(V-u)^2$ . En se rappelant que nous avons fait la pesanteur spécifique de l'eau égale à un, on verra que  $A$  étant l'étendue de la surface choquée, représente le poids  $P$  de l'eau dépensée dans l'unité de temps, divisé par la vitesse  $V$  du courant. La formule précédente sera donc équivalente à

celle-ci,  $\frac{Pu}{V}(V-u)^2$ , dans laquelle on pourra

introduire immédiatement le rapport  $\frac{u}{V}$  et la valeur de  $P$  rapportés dans le tableau ci-après ;

pour les quantités  $V$  et  $u$ , elles se déduiront des nombres des colonnes 2 et 3 ; mais pour réduire cette formule en unités pondérales, et la comparer aux nombres de la colonne 5, qui expriment, en mesures anglaises, le poids élevé dans une minute, à la hauteur d'un pouce, il faudra la diviser par la force accélératrice de la pesanteur, qui sera ici, 32,2 pieds multipliés par  $(60)^2$  ; dans ces nombres est comprise la mesure approchée du frottement dû au poids de la roue et de ses accessoires, que M. Sméaton a obtenue d'une manière directe ; mais la résistance de même nature qui résulte de la puissance et du poids élevé, ne s'y trouve point ; comme elle est proportionnelle à l'effet produit, cette omission, d'ailleurs peu importante, ne changera pas le rapport des résultats.

La quantité  $P$  est dépensée sous différentes pressions et par différentes ouvertures de vannes ; Sméaton n'ayant point fait mention de la hauteur absolue de ces ouvertures, ni de la quantité dont les ailes trempent dans l'eau dans chaque expérience, nous ne pouvons connaître la position du centre d'impression, et nous serons obligés de prendre pour  $u$ , comme l'a fait l'auteur, la vitesse de la circonférence de la roue ; ce qui donnera des résultats un peu trop faibles pour les dernières expériences où la vanne est beaucoup plus élevée que dans les dix-sept premières. On obtiendra ainsi les résultats consignés dans la colonne 6 du tableau suivant :



| Nos. des expériences. | NOMBRE de tours de la roue qui sert de mesure à la vitesse de l'eau. | RAPPORT entre la vitesse de l'eau et celle de l'extrémité du rayon. | EAU dépensée en une minute. = Livres anglaises. | EFFET déduit de l'expérience. $e'$ | EFFET déduit de la théorie. $e$ | DIFFÉRENCE proportionnelle ou $\frac{e-e'}{e}$ | HAUTEUR de la vanne.                                        |
|-----------------------|----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------|------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| 1                     | 88                                                                   | 10 : 3,4                                                            | 275                                             | 1411                               | 1282                            | -1/11                                          | Il n'est point fait mention dans les recherches de Sméaton. |
| 2                     | 86                                                                   | 10 : 3,5                                                            | 264,7                                           | 1266                               | 1161                            | -1/12                                          |                                                             |
| 3                     | 82                                                                   | 10 : 3,4                                                            | 245                                             | 1044                               | 977                             | -1/15,6                                        |                                                             |
| 4                     | 78                                                                   | 10 : 3,55                                                           | 255                                             | 901,4                              | 855                             | -1/20                                          |                                                             |
| 5                     | 75                                                                   | 10 : 3,45                                                           | 214                                             | 735,7                              | 725                             | -1/56                                          |                                                             |
| 6                     | 70                                                                   | 10 : 3,36                                                           | 199                                             | 561,8                              | 584                             | +1/25,5                                        |                                                             |
| 7                     | 65                                                                   | 10 : 3,6                                                            | 178,5                                           | 442,5                              | 451                             | +1/52                                          |                                                             |
| 8                     | 60                                                                   | 10 : 3,77                                                           | 161                                             | 328                                | 523                             | -1/65                                          |                                                             |
| 9                     | 52                                                                   | 10 : 3,65                                                           | 154                                             | 215,7                              | 216                             | +1/93                                          |                                                             |
| 10                    | 42                                                                   | 10 : 3,8                                                            | 114                                             | 117                                | 118                             | +1/117                                         |                                                             |
| 11                    | 84                                                                   | 10 : 3,66                                                           | 542                                             | 1505                               | 1436                            | -1/23                                          | Une fois et demie la précédente.                            |
| 12                    | 81                                                                   | 10 : 3,62                                                           | 297                                             | 1225                               | 1136                            | -1/14                                          |                                                             |
| 13                    | 72                                                                   | 10 : 3,6                                                            | 285                                             | 975                                | 887                             | -1/11                                          |                                                             |
| 14                    | 66                                                                   | 10 : 3,62                                                           | 277                                             | 774                                | 788                             | +1/55                                          |                                                             |
| 15                    | 65                                                                   | 10 : 3,97                                                           | 234                                             | 549                                | 542                             | -1/77                                          |                                                             |
| 16                    | 56                                                                   | 10 : 4,1                                                            | 201                                             | 390                                | 365                             | -1/15,6                                        |                                                             |
| 17                    | 46                                                                   | 10 : 4,55                                                           | 167,5                                           | 212                                | 191                             | -1/10                                          |                                                             |
| 18                    | 72                                                                   | 10 : 4,02                                                           | 557                                             | 1210                               | 1082                            | -1/9,4                                         | Deux fois la première.                                      |
| 19                    | 66                                                                   | 10 : 4,05                                                           | 530                                             | 878                                | 834                             | -1/20                                          |                                                             |
| 20                    | 58                                                                   | 10 : 4,22                                                           | 255                                             | 541                                | 490                             | -1/10,6                                        |                                                             |
| 21                    | 48                                                                   | 10 : 4,9                                                            | 228                                             | 317                                | 270                             | -1/7                                           |                                                             |
| 22                    | 68                                                                   | 10 : 3,97                                                           | 559                                             | 1006                               | 974                             | -1/32                                          | Deux fois et demie la précédente.                           |
| 23                    | 58                                                                   | 10 : 4,52                                                           | 532                                             | 686                                | 617                             | -1/10                                          |                                                             |
| 24                    | 48                                                                   | 10 : 5,1                                                            | 262                                             | 385                                | 300                             | -1/4,5                                         |                                                             |
| 25                    | 60                                                                   | 10 : 4,55                                                           | 555                                             | 785                                | 698                             | -1/9,2                                         | Trois fois la première.                                     |
| 26                    | 50                                                                   | 10 : 4,9                                                            | 507                                             | 450                                | 400                             | -1/9                                           |                                                             |
| 27                    | 50                                                                   | 10 : 5,2                                                            | 360                                             | 534                                | 436                             | -1/5,44                                        | Trois fois et demie la précédente.                          |

On voit, à l'inspection de ce tableau, que la différence entre l'effet théorique et l'effet expérimental est en général très-petite, et que pour les vingt premières expériences, la formule est aussi exacte qu'on pourrait le désirer; si les autres présentent un plus grand écart, cela tient à ce que la vitesse du centre d'impression y diffère sensiblement de celle de la circonférence de la roue, et que, d'après les moyens employés pour mesurer la vitesse  $V$ , l'auteur a dû s'éloigner d'autant plus de la réalité, que les ailes s'enfonçaient davantage dans le courant. En effet, Sméaton obtient cette vitesse par le moyen d'un poids qui, agissant dans le même sens que le choc de l'eau pour faire tourner la roue, et qui, augmenté ou diminué successivement, donne enfin à la circonférence de cette roue un *maximum* de vitesse que l'auteur a toujours considéré comme égale à celle du courant. Mais ce procédé ne donne point une mesure absolue: car, supposons que la vitesse de l'élément inférieur de l'aile verticale soit précisément égale à celle de la lame fluide qui lui correspond; les autres ailes se présentant obliquement à la direction du courant dont tous les élémens sont supposés avoir une vitesse commune  $V$ , elles le choqueront en raison de l'excès de leur vitesse sur celle qu'il a dans le même sens, et l'expression de ce choc sera pour un élément  $ds$ , en nommant  $p$  l'angle variable formé par chaque aube avec le courant,  $(V - V \cos p)^2 ds = V^2 (1 - \cos p)^2 ds$ ; il croîtra donc rapidement avec les quantités  $V$  et  $p$ , et retardera en conséquence la vi-

tesse de la roue jusqu'à ce que, par un autre choc contre l'aile verticale, l'équilibre soit établi. A cette limite, la vitesse de la circonférence et celle du courant différeront d'autant plus l'une de l'autre, que les aubes s'enfonceront davantage, ou, en d'autres termes, que la hauteur de l'ouverture de la vanne sera plus grande; circonstance qui, augmentant aussi le nombre des aubes plongées à-la-fois dans le courant, sera une nouvelle cause d'erreur dans la mesure de sa vitesse. Or, cette hauteur croît à mesure que, dans le tableau ci-contre, on descend d'une série d'expériences à la suivante; avec elle croît encore la différence entre la vitesse du centre d'impression et celle de la circonférence de la roue: aussi voit-on que les plus fortes anomalies affectent les derniers résultats, et que le rapport entre la vitesse de l'eau et celle de la roue augmente de plus en plus; il devient par-là extrêmement probable que le vrai rapport entre les vitesses se serait maintenu entre 10 : 33 et 10 : 4; c'est-à-dire, que la vitesse du centre d'impression aurait seulement varié entre le tiers et les deux cinquièmes de celle du courant, ce qui s'accorderait à-la-fois avec la théorie et les expériences de Bossut.

Mais ce qui achève de donner à cette probabilité tout le caractère de la certitude, c'est que le rapport de l'effet expérimental à la puissance motrice, c'est-à-dire, au produit de la quantité d'eau dépensée multipliée par la hauteur due à la vitesse du fluide qui frappe les aubes, ne varie qu'entre 0,32 et 0,28, et, en général, est de 0,30. Or, les rapports analogues

donnés par la formule  $Au(V-u)^2$ , relativement aux vitesses de la roue égales au tiers, aux deux cinquièmes et à la moitié de celle du courant, sont respectivement, en nommant  $p$  la puissance,  $\frac{4}{27} \frac{AV^3}{p}$ ,  $\frac{18}{125} \frac{AV^3}{p}$ , et  $\frac{AV^3}{8p}$ ; ou, en remplaçant  $V^2$ , par  $2gh$ ,  $\frac{8}{27} \frac{AVgh}{p}$ ,  $\frac{36}{125} \frac{AVgh}{p}$ ,  $\frac{1}{4} \frac{AVgh}{p}$ ; quantités dont les équivalentes sont :

0,33, 0,29, et 0,25, puisque  $AVg$  étant le poids de la quantité d'eau dépensée, et  $h$  la hauteur qui répond à la vitesse  $V$ ,  $AVgh$  représente la puissance motrice. L'égalité presque parfaite des deux premiers nombres à ceux de l'expérience, et la grande infériorité du dernier, prouvent complètement, avec ce qui précède, que dans les recherches de Sméaton sur les roues à percussion, la vitesse du centre d'impression n'a jamais surpassé les deux cinquièmes de celle du courant.

La formule que nous venons de vérifier doit être une limite supérieure, puisque le moment d'impulsion contre une aile inclinée est toujours plus petit que le moment contre la projection de cette aile sur la verticale; ainsi tous les résultats de nos calculs devraient être au-dessus des effets trouvés par Sméaton; cela aurait eu lieu si la vitesse  $V$  eût été mesurée exactement, et si nous eussions pu connaître celle du centre d'impression.

Tous les effets que nous avons comparés étant des *maxima*, on doit présumer que pour les

vitesse inférieures ou supérieures à celles qui répondent à ces limites, on trouvera le même accord entre l'expérience et la théorie.

Pour vérifier cette conjecture, nous examinerons une suite d'expériences du même auteur, où la vitesse du courant est constante, ainsi que la dépense du moteur; ces quantités sont les mêmes que dans la deuxième expérience de la première table. Sméaton ne cherchant alors que le nombre de tours de la roue qui donnait le *maximum* d'effet, il lui a suffi de connaître la suite des produits de ce nombre multiplié par le poids élevé, ces produits étant proportionnels aux effets absolus de la machine. Pour avoir chacun de ces derniers, on multipliera donc le produit ou effet relatif correspondant, par le rapport qui existe entre l'un et l'autre, rapport donné pour le *maximum*, et qui est ici  $\frac{1266}{240} = \frac{211}{40}$ . Quant aux effets théoriques, ils se calculeront comme précédemment. On trouvera ainsi les nombres rangés dans les colonnes cinq et six de la table suivante :

| Nos. des expériences. | POIDS élevé. | NOMBRE de tours dans une minute. | PRODUITS.             | EFFETS donnés par l'expérience. $e$ | EFFETS donnés par la formule. $e'$ | DIFFÉRENCE proportionnelle $\frac{e-e'}{e}$ |
|-----------------------|--------------|----------------------------------|-----------------------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------|
| 1                     | 4            | 45                               | 180                   | 949                                 | 946                                | $-\frac{1}{316}$                            |
| 2                     | 5            | 42                               | 210                   | 1107                                | 1012                               | $-\frac{1}{11.6}$                           |
| 3                     | 6            | 36 $\frac{1}{4}$                 | 217 $\frac{1}{2}$     | 1147                                | 1118                               | $-\frac{1}{39}$                             |
| 4                     | 7            | 35 $\frac{1}{4}$                 | 236 $\frac{1}{4}$     | 1246                                | 1146                               | $-\frac{1}{12.4}$                           |
| 5                     | 8            | 30                               | 240 <sup>maxim.</sup> | 1266 <sup>max.</sup>                | 1161                               | $-\frac{1}{12}$                             |
| 6                     | 9            | 26 $\frac{1}{2}$                 | 238 $\frac{1}{2}$     | 1258                                | 1168                               | $-\frac{1}{14}$                             |
| 7                     | 10           | 22                               | 220                   | 1160                                | 1119                               | $-\frac{1}{28}$                             |
| 8                     | 11           | 16 $\frac{1}{2}$                 | 181 $\frac{1}{2}$     | 957                                 | 1016                               | $+\frac{1}{16}$                             |

On voit encore ici un grand rapprochement entre la théorie et l'observation. Les effets calculés et ceux que fournit l'expérience, forment une progression croissante jusqu'au n°. 5 pour les premiers, et pour les seconds, jusqu'au n°. 6; et les différences proportionnelles étant très-petites, les uns et les autres sont soumis à la même loi.

Pour donner plus de poids aux conséquences qui vont sortir de ce qui précède, j'examinerai encore quelques expériences faites par Bossut, avec une roue à aubes de 3 pieds 1 pouce 10 lignes de diamètre extérieur, tournant dans un coursier, et dont les ailes, de 5 pouces de largeur, sont sur le prolongement du rayon, et plongent d'un pouce dans le courant qui a d'abord une vitesse de 8,33 pieds puis de 10 pieds par seconde. Cette roue est placée sur un canal



incliné, et à 50 pieds du réservoir. L'arbre à une gorge cylindrique de 2 pouces de diamètre, pour recevoir une corde qui s'enveloppe autour d'elle, et qui, au moyen d'une poulie de renvoi, élève le poids qui fait équilibre à l'action du fluide. Ce savant n'ayant point évalué les frottements et autres résistances étrangères à l'effet utile, et la vitesse du fluide ayant été mesurée avec beaucoup de soin, on ne sera point étonné que le calcul donne des résultats toujours plus élevés que ceux de l'expérience, lesquels suivront d'ailleurs, à peu de chose près, la même loi que les premiers.

Ce calcul s'effectuera en substituant dans la formule  $Az(V-z)^2$ , les valeurs de A et V qui sont données immédiatement, et celles de z qui se déterminent au moyen du nombre de tours de la roue, de la durée du mouvement, et de la circonférence que parcourt le centre d'impression, laquelle est de 116 pouces, ce point devant être ici à-peu-près au milieu de la hauteur de l'aube; on divisera ensuite par la force accélératrice de la pesanteur, qui, en mesures françaises, et parce que nous prenons la seconde pour unité de temps, est égale à 30 pieds, puis on multipliera par la pesanteur de l'unité de volume qui sera ici celle d'un pouce cube = 0<sup>liv</sup>,0405. La valeur de l'effet utile de la machine se conclura de l'expérience, en multipliant le poids élevé par le nombre de tours de la roue dans une seconde, et par la circonférence décrite par le bras de levier de la résistance, circonférence qui est de 6 pouces 10 lignes. Après ces divers calculs, on obtiendra les

résultats consignés dans les colonnes cinq et six du tableau ci-dessous, et exprimant le nombre de livres élevées par la roue, dans une seconde, à un pied de hauteur.

| FARDEAU élevé exprimé en livres. | DURÉE du mouvement exprimée en secondes. | VITESSE avec laquelle l'eau frappe les ailes. | NOMBRE de tours de la roue. | EFFETS donnés par l'expérience. | EFFETS théoriques. |
|----------------------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|--------------------|
| 12                               | 60                                       | 8 p., 53 par second.                          | 33 $\frac{1}{4}$            | 44                              | 46                 |
| 16                               | 60                                       | <i>idem.</i>                                  | 28 $\frac{1}{2}$            | 51                              | 62                 |
| 12                               | 48                                       | 10 p. par seconde.                            | 34                          | 57                              | 66                 |
| 16                               | 48                                       | <i>idem.</i>                                  | 31 $\frac{1}{4}$            | 70                              | 76                 |

On ne devait pas s'attendre à trouver moins de divergences entre les nombres qui se correspondent dans les deux dernières colonnes, parce qu'il nous manque la détermination du frottement, et qu'en la supposant rigoureuse, l'égalité ne pourrait être parfaite; car la formule  $Az(V-z)^2$  est, comme nous l'avons fait observer plus haut, une limite dont on approchera d'autant plus, que la roue aura un plus grand nombre d'ailes, et que la hauteur de la partie plongée sera plus petite par rapport au rayon.

Ce tableau et les deux précédens nous montrent les cas où, à l'aide de cette formule, on pourra calculer approximativement l'effet d'une roue verticale placée sur un coursier, et ces cas sont fréquens dans la pratique. Mais pour ceux

qui en différeront sensiblement, il faudra avoir recours à la formule générale obtenue par Bossut, en calculant l'impulsion de l'eau contre toutes les ailes choquées à-la-fois, formule qui donnera un peu péniblement, il est vrai, des résultats exacts, lorsque les vitesses des fiets qui forment le courant pourrout être regardées comme égales; ou, ce qui revient au même, que l'ouverture du pertuis sera très-petite relativement à la hauteur de l'eau dans le réservoir, condition qui n'a pas toujours lieu. Je dis qu'elle sera exacte, car Bossut a trouvé que la loi générale du choc des fluides se vérifie par l'expérience, tant que l'angle formé par la direction du courant avec la surface choquée, est moindre que 60 degrés; or, cette inclinaison n'a jamais lieu pour les roues qui se meuvent dans des coursiers.

Je prévienrai ici une objection que pourrait me faire le lecteur sur le nombre adopté pour la vitesse de l'eau dans les deux premières expériences dont les résultats sont rapportés dans le tableau précédent. Bossut (voyez son *Hydrodynamique*) dit que cette vitesse est de 300 pieds en trente-trois secondes, comme dans l'article 802, ou de 9<sup>p</sup>,09 par seconde. Mais en se reportant à cet article, on verra que l'espace de 300 pieds n'est point parcouru d'un mouvement uniforme; les 100 premiers le sont en douze secondes; or, la roue est à 50 pieds du réservoir, c'est donc au plus six secondes qu'il faut prendre pour le temps employé à parcourir les 50 premiers pieds, ce qui donnera pour la vitesse très-approchée avec laquelle le fluide frappe les ailes de la roue, 8<sup>p</sup>,33, au

lieu de 9<sup>p</sup>,09, que l'on aurait en adoptant le rapport  $\frac{300}{33}$ , qui conduirait à un résultat beaucoup trop fort. Cette vitesse est produite par une pression d'un pied, et celle qui a lieu dans les deux dernières expériences est due à une hauteur double; ici le mouvement est parfaitement uniforme, et chaque centaine de pieds est parcourue en dix secondes; alors la composante de la pesanteur de l'eau parallèle au fond du canal est égale à la résistance du frottement, laquelle a pour expression  $a v + b v^2$ . Dans l'autre cas, l'ouverture de la vanne, est la même, ainsi que la largeur et l'inclinaison du coursier; mais comme la hauteur de l'eau dans le réservoir y est moitié moindre, la vitesse doit être d'abord plus petite que dans les deux dernières expériences, et par conséquent, la pesanteur relative d'une tranche perpendiculaire du fluide surpassera la résistance  $a v + b v^2$ ; ainsi, le mouvement sera accéléré jusqu'à ce qu'il y ait équilibre entre ces deux forces. Ces remarques justifieront pleinement l'emploi du rapport  $\frac{300}{36}$ , qui nous conduit à des résultats satisfaisans.

Que l'on compare maintenant la formule de Borda qui est  $CAVz(V-u)$ , avec celle de Bossut,  $cAz(V-u)^2$ ; on aura, tout étant semblable, pour le rapport de la première à la

seconde,  $\frac{V}{V-u}$ , rapport qui, lorsque  $z = \frac{1}{2}V$ ,

devient égal à 2; à  $\frac{2}{3}$ , quand  $z = \frac{2}{3}V$ ; à  $\frac{1}{2}$ , quand  $z = \frac{1}{3}V$ ; et qui, pour les limites  $z = V$  et  $z = 0$ , varie entre l'unité et l'infini. Ces résultats, avec ce qui précède, me dispensent de m'étendre sur la nécessité de rejeter la formule de Borda, qui



donnerait constamment des résultats beaucoup trop forts, et qui ne pourrait se corriger par un coefficient constant.

Il n'a point été question dans ces recherches, des roues verticales qui se meuvent dans un fluide indéfini. Les circonstances où elles se trouvent sont bien différentes de celles qui accompagnent ordinairement les roues placées sur des canaux étroits, puisque dans le premier cas, l'arc plongé est beaucoup plus grand que dans le second, où il n'est généralement qu'une petite partie de la circonférence: la formule  $cAz(V-z)^2$ , ne peut donc être d'aucune utilité pour apprécier avec justesse l'effet de ces moteurs. Cependant, elle sert à mettre en évidence une propriété bien digne d'attention, savoir: la même quantité d'eau motrice peut faire produire, les vitesses étant respectivement égales de part et d'autre, un plus grand effet à une roue placée dans un canal indéfini, qu'à celle qui se meut dans un coursier. On arrive à cette conclusion en comparant avec la formule les effets déduits des résultats obtenus par Bossut (voyez son *Hydrodynamique*, tom. II, p. 420), avec une roue dont le diamètre extérieur est de 3 pieds. Cette roue, qui n'a que vingt-quatre ailes, est frappée par un courant large de 12 à 13 pieds, profond de 7 à 8 pouces, et dans lequel les ailes plongent de 4 pouces suivant la verticale. L'effet théorique sera constamment et de beaucoup supérieur; et cependant il est déjà au-dessus de celui qui serait réellement produit dans un canal étroit, la hauteur de la partie plongée de l'aile verticale dépassant la limite à laquelle la formule est applicable.

Ceci prouve incontestablement que non-seulement l'eau qui a frappé les parties antérieures de la roue acquiert de la masse d'eau environnante une augmentation de vitesse qui lui permet d'agir encore sur les ailes postérieures, mais que chaque aube reçoit l'impulsion, à-peu-près comme si elle était seule. Par-là, on explique la nécessité de ne point porter le nombre des aubes au-delà d'un certain terme, et que l'arc plongé dans le fluide soit assez considérable.

On doit conclure des détails dans lesquels je viens d'entrer, que les recherches expérimentales de Sméaton, loin de renverser la théorie de Bossut et de Parent sur les roues qui se meuvent dans des coursiers, sont pour elle un nouvel appui;

Que dans le cas où cette théorie est applicable, la vitesse de la roue au centre de percussion n'atteint pas la moitié, et ne varie qu'entre le tiers et les deux cinquièmes de la vitesse du courant;

Que la formule de Borda donnant des résultats beaucoup trop éloignés de la vérité et qui ne peuvent être corrigés par un coefficient constant, doit être rejetée de la théorie des machines hydrauliques;

Qu'en vertu de la communication latérale du mouvement dans les fluides, l'effet d'une roue qui tourne dans un fluide indéfini peut être supérieur à celui d'une roue placée sur un coursier, l'une et l'autre étant choquées avec la même vitesse, et avec des quantités égales du moteur;

Que les roues horizontales à palettes planes et inclinées, ne recevant le choc de l'eau que sur une aile à-la-fois, et le nombre de leurs ailes

devant être assez grand pour que le moteur ne s'échappe qu'après avoir exercé son action, la théorie de ces roues doit être analogue à celle que nous venons de rétablir, et que cette théorie exposée dans tous ses détails par Bossut, doit donner des résultats conformes à l'expérience.

Je ferai observer en terminant, qu'une propriété des roues horizontales à palettes planes, celle de pouvoir produire l'effet *maximum* avec toute vitesse égale ou supérieure à celle qui se rapporterait à cette limite, si le même courant frappait une roue verticale, propriété annoncée en premier lieu par Borda qui l'avait déduite d'une théorie erronée, est une vérité implicitement comprise dans la formule que Bossut a donnée de l'effet général de ces machines, et paraît cependant avoir échappé à ce savant célèbre, car elle est trop remarquable pour être passée sous silence.

## ANALYSE

*Du nickel arsenical et du nickel arseniaté d'Al-  
lemont* (département de l'Isère);

PAR M. P. BERTHIER, Ingénieur au Corps royal  
des Mines.

Le nickel arsenical d'Allemont se trouve décrit dans tous les traités de minéralogie; mais je ne sache pas que jusqu'ici on en ait fait une analyse complète. Le nickel arseniaté qui l'accompagne a toujours été considéré comme étant du nickel oxidé. Je vais tâcher de suppléer aux connaissances chimiques qui nous manquent relativement à ces deux minéraux; j'indiquerai ensuite le procédé que j'ai suivi pour en extraire du nickel pur, et les expériences que j'ai faites pour déterminer la composition de quelques combinaisons de ce métal.

Le nickel arsenical d'Allemont est d'un jaune rougeâtre, s'approchant du rouge de cuivre, mais plus pâle; il a l'éclat métallique, ainsi que sa poussière; sa cassure est unie ou couverte de petites aspérités et peu éclatante; son éclat se ternit assez promptement à l'air; il est fragile, et on le réduit aisément en poudre. Sa pesanteur spécifique est de 7,29. Nickel ar-  
senical.

Il donne l'odeur d'ail par le choc du briquet. Lorsqu'on l'expose au feu du chalumeau, il répand une fumée blanche arsenicale très-épaisse; il est très-fusible, et se liquéfie un peu au-dessus de la chaleur rouge. Chauffé pendant une heure