

Les équations de la droite d'intersection des deux premiers plans sont $x = -\frac{m}{n}z$, $y = \frac{m^2}{n^2}z$; celles de l'intersection de la première et de la troisième sont pareillement $x = \frac{n^2}{m^2}z$, $y = -\frac{n}{m}z$.

Si donc l'on fait $a = -\frac{m}{n}$, $b = \frac{m^2}{n^2}$, $a' = \frac{n^2}{m^2}$, $b' = -\frac{n}{m}$ dans $\cos V$, on aura l'angle plan du rhomboïde. Dans le cas particulier où $m = n$, on a $a = -1$, $b = 1$, $a' = 1$, $b' = -1$ et $\cos V = \frac{2 \cos \alpha - 1}{3 - 2 \cos \alpha}$.

3°. Le parallépipède peut être encore tel que sa base repose sur les arêtes; alors deux des angles α , β , γ , seulement, sont égaux. Il peut être oblique à base rectangle, ou droit à base oblique; enfin sa base peut être un rhombe; ces cas particuliers produiront autant de simplifications dans les formules générales. Il est extrêmement rare que les parallépipèdes soient parfaitement irréguliers.

Je me dispenserai de développer comment M. Haüy est parvenu à mesurer les angles des cristaux secondaires de la nature, et à déterminer les nombres relatifs aux décroissemens. Il me suffira d'observer que sa méthode est applicable à toute formule générale qui donnerait les angles d'une forme secondaire quelconque en fonction de ceux de la forme primitive, et que de telles formules peuvent s'obtenir au moyen des calculs précédens.

FORMULE pour déterminer la direction et l'inclinaison d'une couche minérale, reconnue par trois trous de sonde;

PAR M. LAMÉ, élève ingénieur au Corps royal des Mines.

UN des grands caractères de la généralité d'un calcul, c'est la facilité avec laquelle on peut l'appliquer à des questions totalement différentes. Les formules qui nous ont servi dans la théorie exposée dans l'article précédent, peuvent être utiles dans toutes les questions sur les surfaces qui exigeraient que les axes fussent obliques. Pour prouver en quelque sorte cette assertion, je rapprocherai de l'application que je viens de faire de ces mêmes formules, une autre application non moins utile, mais sur un sujet bien différent.

La détermination de l'inclinaison des couches minérales par le sondage dépend de la solution de ce problème : *Déterminer l'angle avec l'horizon d'un plan dont on connaît trois points*, question qui peut se traiter de la manière suivante.

Soient A, B, C (*fig. a*, Pl. II), les projections horizontales des points donnés ou les ouvertures de trois trous de sonde; je désignerai par q, q', q'' les côtés BC, AC, AB du triangle ABC, par γ l'angle BAC, par p, p', p'' les ordonnées verticales des points donnés, ou les profondeurs des trous de sonde A, B, C. On peut prendre pour axes coordonnés les droites AB, AC, AP; car comme ce système d'axes n'annule aucune des quantités p, p', p'', q, q', q'' , la formule finale ne laissera pas que d'être symétrique, par rapport

aux élémens qui déterminent la position des points donnés.

L'équation du plan $PP'P''$ sera de la forme $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$. Pour résoudre le problème, il suffit de calculer l'angle que forme la perpendiculaire à ce plan avec la droite AP . Si nous désignons par a et b les constantes qui déterminent les équations de cette perpendiculaire, les formules préliminaires donneront pour le cosinus, et par suite pour la tangente de cet angle;

$$\cos V = \frac{1}{\sqrt{1+a^2+b^2+2ab\cos\gamma}}, \quad \text{tang } V = \sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\gamma};$$

les mêmes formules donnent encore pour déterminer a, b , les équations

$$a \cos \gamma + b = \frac{p}{n},$$

$$a + b \cos \gamma = \frac{p}{m};$$

si donc on en déduit les valeurs de ces constantes et qu'on les substitue dans $\text{tang } V$, on trouvera, toute réduction faite,

$$\text{tang } V = p \sqrt{\frac{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2} - \frac{2 \cos \gamma}{mn}}{1 - \cos \gamma}};$$

il ne s'agit plus que de calculer $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}$, et $\cos \gamma$ en fonction de p, p', p'', q, q', q'' .

Les traces du plan sur ceux des xz et des yz

devant passer par les points P', P'' , on doit avoir

$$\frac{q''}{m} + \frac{p'}{p} = 1, \quad \frac{q'}{n} + \frac{p''}{p} = 1,$$

$$\text{d'où} \quad \frac{1}{m} = \frac{p-p'}{pq''}, \quad \frac{1}{n} = \frac{p-p''}{pq'}.$$

D'ailleurs le triangle ABC donne

$$\cos \gamma = \frac{q'^2 + q''^2 - q^2}{2q'q''}.$$

La substitution de ces valeurs dans $\text{tang } V$ conduit à

$$\text{tang } V = 2 \sqrt{\frac{q^2(p'-p)(p''-p) + q'^2(p''-p')(p-p') + q''^2(p-p'')(p'-p'')}{(q+q'+q'')(q'+q''-q)(q+q''-q')(q+q'-q'')}};$$

ou ce qui revient au même,

$$\text{tang } V = \frac{\sqrt{q^2(p'-p)(p''-p) + q'^2(p''-p')(p-p') + q''^2(p-p'')(p'-p'')}}{2 \text{ surf. } ABC}$$

La symétrie de cette formule la rend d'un usage facile pour la pratique.

Dans le cas particulier où $p' = p''$ elle se réduit à $\text{tang } V = \frac{q(p-p')}{2 \text{ surf. } ABC}$; si l'on désigne par h la perpendiculaire abaissée de A sur BC , on a deux surf. $ABC = qh$, d'où $\text{tang } V = \frac{p-p'}{h}$, ce qu'il est aisé de vérifier par la géométrie.

On peut toujours ramener le problème à ce

cas particulier, en cherchant sur la ligne PP''

dont les équations sont $x = 0$, $\frac{y}{n} + \frac{z}{p} = 1$, le point

dont l'ordonnée verticale serait égale à p' ; or

on a pour déterminer sa coordonnée y , l'équa-

tion $\frac{y}{n} + \frac{p'}{p} = 1$, ce qui donne, en y substituant $\frac{1}{n}$

$$y = \frac{p'(p-p'')}{(p-p'')}.$$

Si donc on voulait déterminer la direction de la couche, ou ce qui est la même chose une horizontale parallèle au plan, il suffirait de prendre

sur AC une longueur $AD = \frac{p'(p-p')}{(p-p'')}$; la droite

BD serait la direction demandée.

La distance perpendiculaire P entre deux couches parallèles, est facile à calculer d'après cela, lorsque l'on connaît leur distance D sur la verticale; la simple considération du triangle rectangle dont D est l'hypoténuse et P l'un des côtés conduit à $P = D \cos V$.

CHIMIE. (EXTRAITS DE JOURNAUX.)

Note sur la fixité du degré d'ébullition des liquides; par M. Gay-Lussac. (Annales de Chimie, tome VII, p. 307.)

LES liquides ont la propriété de bouillir plutôt dans un vase métallique que dans un vase de verre.

« Lorsqu'on entretient un matras à moitié plein d'eau en ébullition, on entend un bruit assez fort, qui semble annoncer que l'ébullition se fait péniblement. Les bulles de vapeur sont volumineuses, ne partent que de quelques points, et un thermomètre plongé dans l'eau éprouve de fréquentes variations. En substituant un vase de fer blanc au vase de verre, le bruit est moins sensible, les bulles de vapeur moins grosses, mais plus nombreuses, les variations du thermomètre moins considérables, et le terme de l'ébullition moins élevé. On peut s'en assurer d'une manière simple et prompte en faisant bouillir de l'eau dans un matras de verre, et en y projetant quelques pincées de limaille de fer : à l'instant l'ébullition se fera sensiblement comme dans un vase métallique. Au lieu d'eau, quand on se sert d'acide sulfurique, la différence que l'on observe entre les termes de son ébullition, dans les mêmes circonstances que l'eau, est très-variable, et souvent de plusieurs degrés. »

« Il faut remarquer, et c'est un point important, que non-seulement l'ébullition se fait plus tard