

Les systèmes effondrés

Cours de l'année 2000 de M. Froissart

1 Systèmes effondrés

Le moteur principal de l'effondrement des mondes que nous voyons est celui qui a fait s'effondrer la Tour de Babel : la gravitation.

Mais comment un effondrement est-il possible dans un monde essentiellement en uniforme, et de plus en expansion ?

Question : Est-ce que cette uniformité est garantie, et l'expansion stable ?

Nous étudierons le problème à partir des plus grandes échelles, des temps les plus reculés, pour nous rapprocher des problèmes actuels.

1.1 Structure globale de l'Univers

La première chose à faire est de regarder quelle est la structure de l'Univers, ses dimensions, et la façon dont nous pouvons l'explorer.

Nous partirons de l'hypothèse – que nous discuterons plus tard – que l'Univers est globalement homogène et isotrope, et que de minuscules fluctuations ont amorcé la condensation de la matière.

Des fluctuations de densité créent, là où elles sont positives, des pôles d'attraction, où la matière avoisinante vient s'effondrer, tandis que là où elles sont négatives, elles ont tendance à agir comme des masses négatives, et donc à repousser la matière. Il y a donc une instabilité essentielle de la gravitation, qui va être au centre de ce cours: la gravitation ne peut que faire s'effondrer la matière sur elle-même.

Cependant ce processus est – au début – extrêmement lent, mais il croît exponentiellement avec le temps.

1.2 Le fond cosmologique

Depuis le début de ce siècle (Hubble, Lemaître), on a constaté que l'Univers se dilate en gros uniformément, c'est à dire que les vitesses relatives croissent proportionnellement aux distances. En remontant l'histoire, on est obligé de penser que l'Univers est issu de l'explosion d'une minuscule région de l'espace, pourvue d'une densité d'énergie et de matière considérable.

C'est ce que l'on appelle le *Big Bang*.

On a peu d'informations sur ce qui s'est passé au tout début. Pendant la première seconde, la température s'est suffisamment abaissée pour permettre la formation de nucléons à partir vraisemblablement d'un plasma de quarks et de gluons, puis de noyaux à partir de ces nucléons. C'est ce que l'on appelle la *nucléosynthèse primordiale*. Au bout d'environ une seconde, la température et la densité avaient suffisamment baissé pour geler toutes les réactions nucléaires.

Il a fallu bien plus longtemps – 300 000 ans – pour que les noyaux et les électrons se neutralisent pour former des atomes. La température de l'Univers à l'époque était de 10 000° environ, et il était donc plein du rayonnement du corps noir à cette température. La matière devenant soudain transparente, la lumière a commencé à traverser l'Univers sans obstacle (phénomène de *découplage*). Nous l'observons aujourd'hui à une température considérablement plus basse (2,7 K), en raison de l'effet Doppler dû à la dilatation de l'Univers. C'est ce que l'on appelle le *fond cosmologique micro-onde* ou *CMB* selon son acronyme anglais.

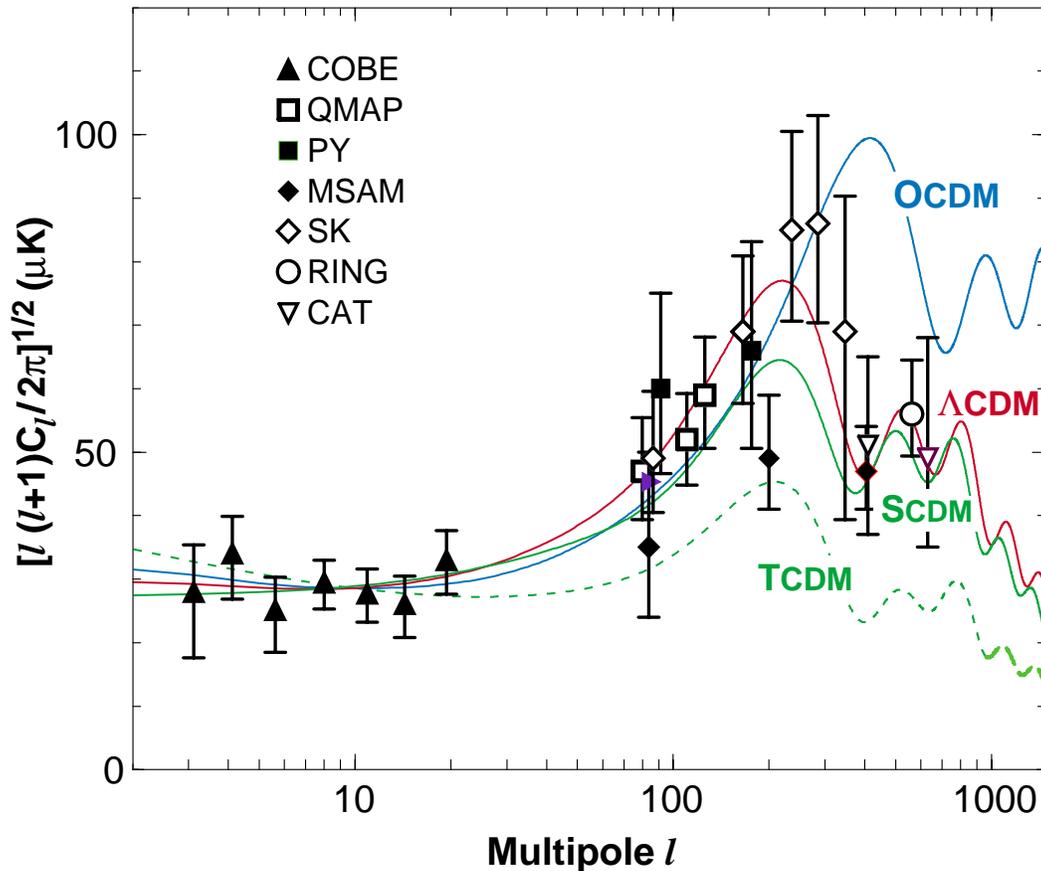


Figure 1: L'anisotropie du CMB en fonction de l'échelle angulaire – Les modèles plats ($\Omega = 1$) ont un pic « acoustique » à $l \sim 200$, soit environ une longueur de corrélation de 1° sur le ciel.

1.3 Un Univers homogène ?

La grande surprise a été fournie par le satellite COBE (COsmological Background Explorer), qui a montré, avec une précision angulaire faible certes, que la température du CMB est extrêmement constante dans toutes les directions, après élimination d'un fond dipolaire attribué à notre propre mouvement par rapport à ce fond de ciel.

Ceci pose déjà deux problèmes :

- ▷ comment des régions de l'Univers qui n'étaient pas en relation causale au moment du découplage ont-elles pu établir entre elles une homogénéité thermique de cette précision (10^{-5}) ?
- ▷ comment un Univers aussi homogène a-t-il pu – même en tenant compte du caractère exponentiel des instabilités – devenir aussi irrégulier que celui que nous contemplons aujourd'hui, et qui paraît essentiellement fait de galaxies, elles-mêmes souvent regroupées en amas nombreux ?

La solution à ces deux problèmes est actuellement recherchée dans le cadre d'un schéma d'Univers où la matière visible (étoiles) n'est qu'une fraction de la matière baryonique globale – qui n'est à son tour qu'une fraction de la masse de matière existante.

1.4 La matière cachée

L'échelle naturelle pour estimer la densité de quoi que ce soit au niveau de l'Univers est la densité critique Ω_c , où la densité Ω est juste suffisante pour maintenir l'équilibre entre un réeffondrement ultime ($\Omega > \Omega_c$) et une expansion indéfinie ($\Omega < \Omega_c$) pour un univers rempli de matière ordinaire.

Les arguments en faveur de l'existence d'une matière invisible sont de plusieurs natures:

- ▷ Les fluctuations du CMB sont attribuées aux oscillations de la matière agissant sous l'action de la gravitation. Le pic des amplitudes vers $\ell = 200$ donnent une densité de matière totale Ω_M de l'ordre de $0,4 \Omega_c$.
- ▷ La mesure de la constante de Hubble pour des éléments lointains (Supernovæ) conduit à une augmentation au lieu d'une diminution, comme il y aurait lieu de le penser.
- ▷ Les anomalies de rotation des galaxies supportent l'hypothèse de l'existence d'un halo entourant largement les galaxies.
- ▷ La distribution des vitesses des galaxies au sein des amas montre que la masse totale des amas, qui les maintient, est beaucoup plus grande que la masse visible (théorème du viriel)

Il est évidemment très difficile de quantifier tout ceci de façon précise et nous y reviendrons.

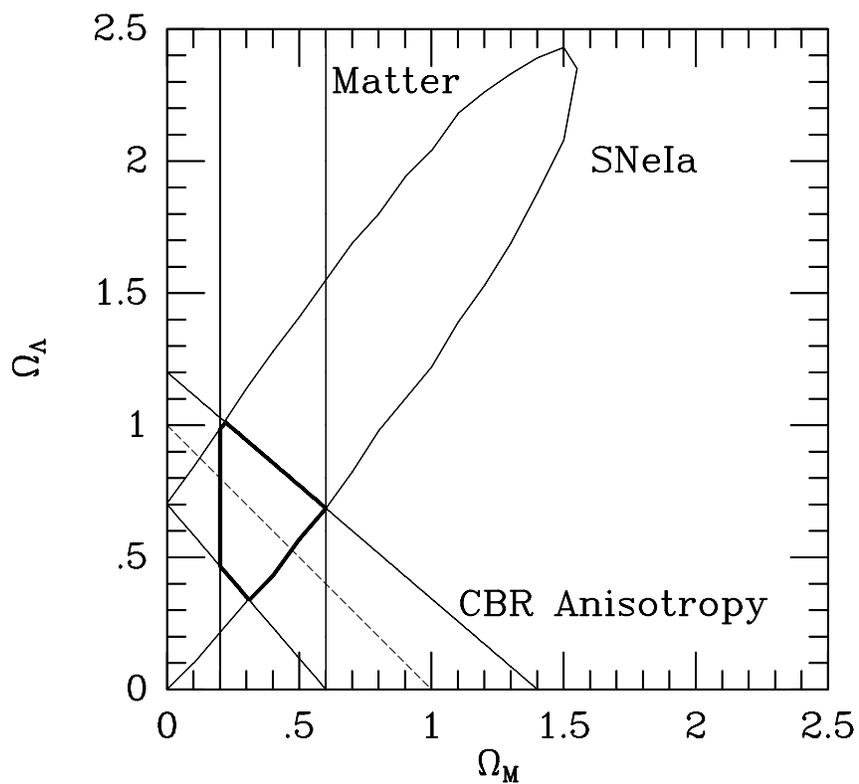


Figure 2:

Limites dans le plan $\Omega_M - \Omega_\Lambda$:
 les lignes à Ω constant sont antidiagonales, ($\Omega = 1$ tireté)
 les mesures de Ω_M donnent une verticale
 le ralentissement des SN Ia donne une parallèle à la diagonale.
 La région de compatibilité est encadrée en gras
 (astro-ph/9904051)

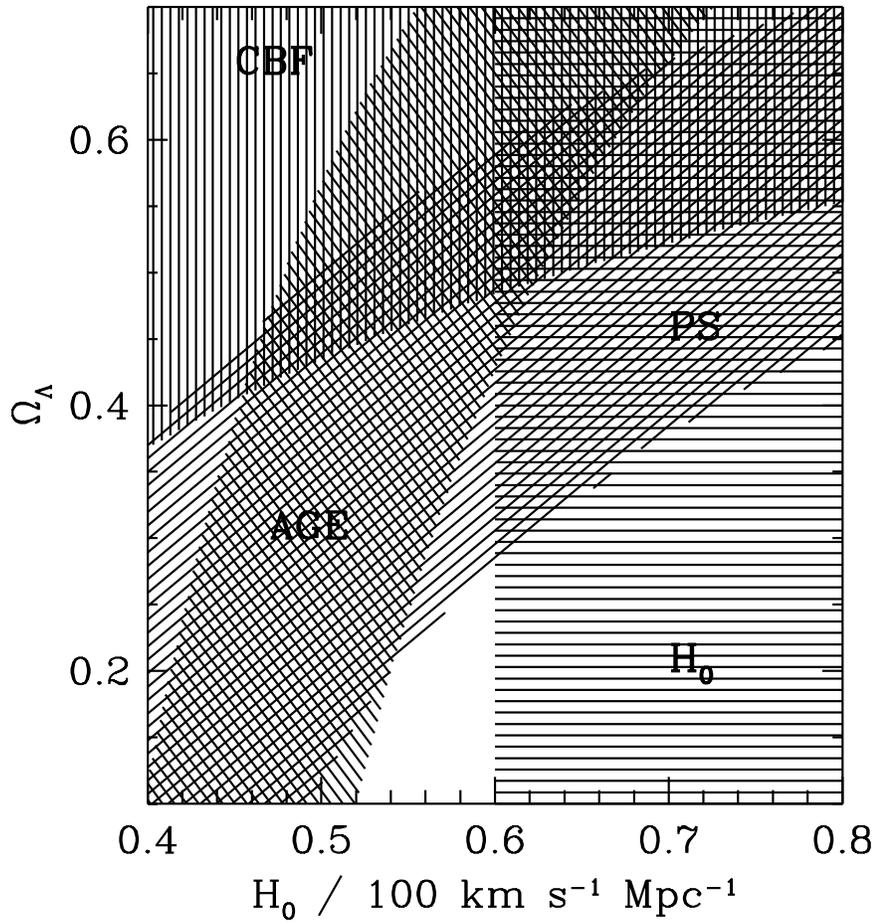


Figure 3: Contraintes sur le meilleur choix d'univers à CDM :
 CBF = fraction de baryons dans les amas
 H_0 = valeur de la constante de Hubble
 AGE = âge de l'univers
 PS = Structure à grande échelle et anisotropie du CMB
 Le meilleur ajustement est $H_0 = 60 - 65 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_\Lambda = 0,6 \pm 0,05$

Nous allons voir qu'il commence à y avoir un consensus, avec une quantité de matière insuffisante pour maintenir l'Univers en équilibre, d'où le regain de faveur de la constante cosmologique Λ , mais il y a encore trop de matière pour qu'elle soit entièrement baryonique. Il doit y avoir une matière cachée non baryonique.

1.5 La matière cachée non baryonique

La matière cachée est probablement largement non-baryonique, et couplée aux baryons seulement par l'interaction gravitationnelle. Ceci permet d'expliquer:

- ▷ Qu'elle ait pu commencer à créer les inhomogénéités de l'Univers avant le découplage, puisqu'elle n'a pas eu à subir l'effet de lissage dû aux interactions électromagnétiques.
- ▷ Que le rapport baryon/photons dans l'Univers soit si faible, comme semble l'indiquer la concentration en deutérium dans le gaz « primordial », aussi difficile soit-il de définir ce dernier.

Ce schéma correspond à une formation des inhomogénéités par échelles croissantes, de petites condensations de matière cachée s'agrégeant pour en donner de plus lourdes. Cela suppose que la matière cachée non-baryonique soit déjà très tôt non-relativiste (d'où son nom de « froide »)

Une matière non-baryonique relativiste (matière cachée « chaude ») serait lissée à petite échelle et donnerait une structure par fragmentations successives. Ce schéma est actuellement laissé de côté, bien que l'on ne sache pas ce que peut être la matière cachée froide.

1.6 La dimension de l'Univers

Il est fondamental, pour toutes les recherches que l'on va faire, de connaître les dimensions de l'Univers. Cette connaissance se traduit par la constante de Hubble $H_0 = 100h$ km/s/Mpc, car il est relativement aisé de mesurer des vitesses de récession par la spectrographie: les raies des spectres sont décalées en fréquence par un facteur $(1 + z)$ représentant l'effet Doppler de la récession. Il est par contre beaucoup plus difficile d'obtenir sur des vastes échelles des mesures absolues de distance.

Les principales reposent sur une calibration obtenue à partir des Céphéides, étoiles brillantes et jeunes, dont la photosphère oscille. Le phénomène est bien expliqué, bien calibré, et on trouve une relation entre la période et la luminosité qui permet, à partir d'une période d'oscillation observée, de déduire la luminosité absolue à 20 % près. Par mesure de la magnitude, on déduit la distance à 10 % près ($1/r^2$!), d'où une bonne détermination pour une galaxie comptant plusieurs dizaines de Céphéides.

Avec les technologies actuelles, la limite pour cette technique est d'une vingtaine de Mpc, soit les galaxies résolues.

Ces mesures ont récemment été considérablement améliorées par l'apparition de détecteurs électroniques, plus linéaires et faciles à mesurer que les plaques photographiques.

Néanmoins ces améliorations ont mis en évidence un certain nombre de défauts: métallicité (rapport des éléments lourds à l'hydrogène au niveau de la photosphère), absorption de la lumière par des poussières, donnée par le changement de couleur dû à celles-ci.

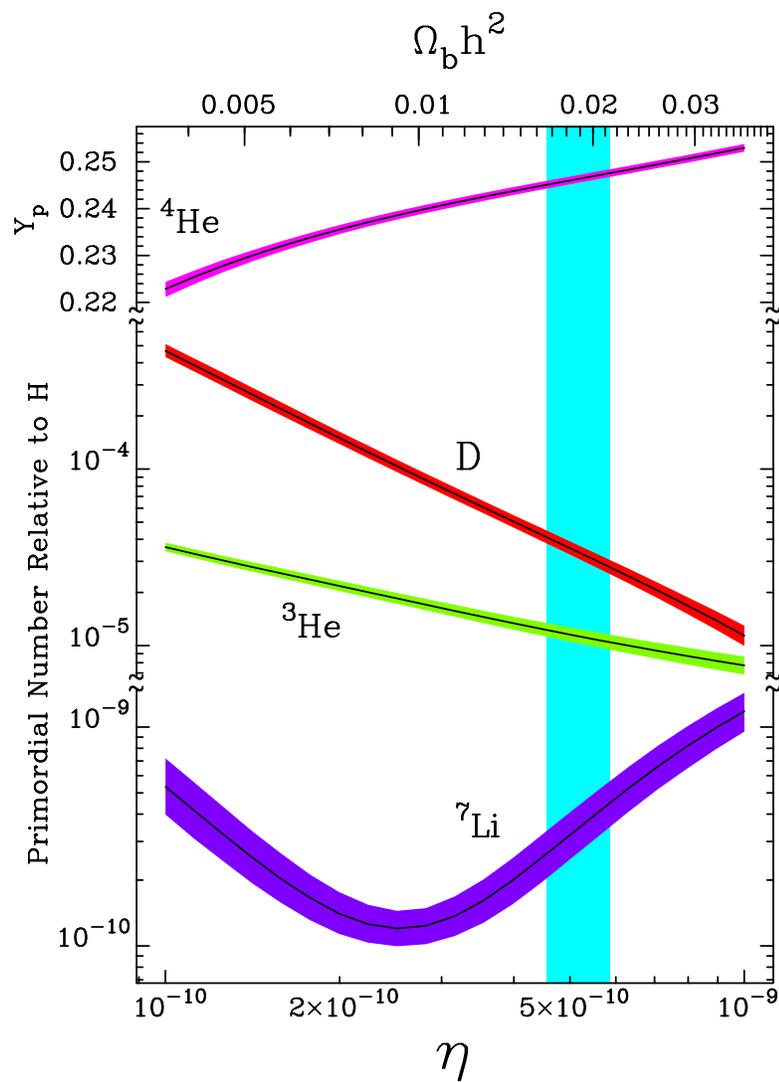


Figure 4: Abondances relatives à l'hydrogène prédites par les modèles de nucléosynthèse primordiale en fonction de la densité des baryons: la barre verticale indique le point basé sur une détermination de $^2\text{H}/^1\text{H}$ primordial à 2 %.

1.7 Les indicateurs secondaires

Les indicateurs secondaires calibrés sur les Céphéides sont:

- ▷ les variables de type RR Lyræ sont moins bonnes que les Céphéides.
- ▷ Les variations de luminosité de surface. A type de galaxie égal, plus elle est éloignée, plus elle apparaît lisse.
- ▷ la relation de Tully-Fisher associe la luminosité d'une galaxie spirale à sa vitesse de rotation, et reflète un équilibre dynamique. Elle est vérifiée à 30 %, soit 15 % en distance.
- ▷ la relation du plan fondamental est l'équivalent de la relation de Tully-Fisher en ce qui concerne des galaxies elliptiques. Le plan de la spirale est ici le plan des deux axes majeurs d'inertie. Elle est limitée également par des problèmes d'âge de la galaxie considérée.
- ▷ les supernovæ de type Ia, dont le maximum de luminosité absolue est à peu près constant, à des corrections près que l'on peut apporter selon le temps de montée et de descente. Très lumineuses (10^9 soleils), elles sont malheureusement rares.

Deux projets majeurs de veille permanente pour la découverte de supernovæ de type Ia sont en route, sans compter les expériences de veille du ciel pour d'autres buts (microlentilles par exemple), et qui peuvent découvrir parmi leurs données des supernovæ. Deux leçons du cours ont été données pour montrer la complexité de cette surveillance, et tous les biais auxquels il convient d'échapper (voir astro-ph/9812473 et 9812133).

Toutes ces méthodes connaissent un regain de précision avec les télescopes embarqués, dont le HST est le principal. Mais un satellite dédié à la mesure des parallaxes comme Hipparcos a fait faire des progrès considérables, allant dans le domaine de la msec d'arc en parallaxe. La prochaine génération ira toucher la microseconde.

Il reste comme problème le fait que le grand Nuage de Magellan (LMC), qui sert de base intermédiaire pour le raccordement de toutes ces échelles, apparaît trop diffus, et apporte une incertitude non négligeable. Il serait tout à fait souhaitable de disposer d'une échelle indépendante de celle des Céphéides.

1.8 Les indicateurs indépendants

– **L'effet Sunyaev-Zeldovich** repose sur le fait que quand un photon de basse énergie (typiquement un photon du CMB) traverse un gaz chaud au sein d'un amas, où l'équipartition de l'énergie chauffe les électrons à plusieurs keV, il se diffuse et en moyenne acquiert de l'énergie. En supposant que l'amas ne soit pas trop distordu, on peut déduire de ce réchauffement l'épaisseur optique absolue de l'amas. Par contre le rayonnement X reçu de ce gaz d'électrons dépend de l'épaisseur optique mais aussi de la distance. On a donc là un moyen de détermination absolue de la distance.

– **Les lentilles gravitationnelles** sont des objets qui donnent une image déformée des objets situés derrière. On peut les utiliser soit en corrélant la séparation et le retard d'un quasar, par exemple situé derrière, soit en corrélant les déformations de galaxies vues à travers.

– **Les anisotropies du CMB** dans ses corrélations peuvent, elles aussi, fournir des informations sur les masses interposées et leurs distances.

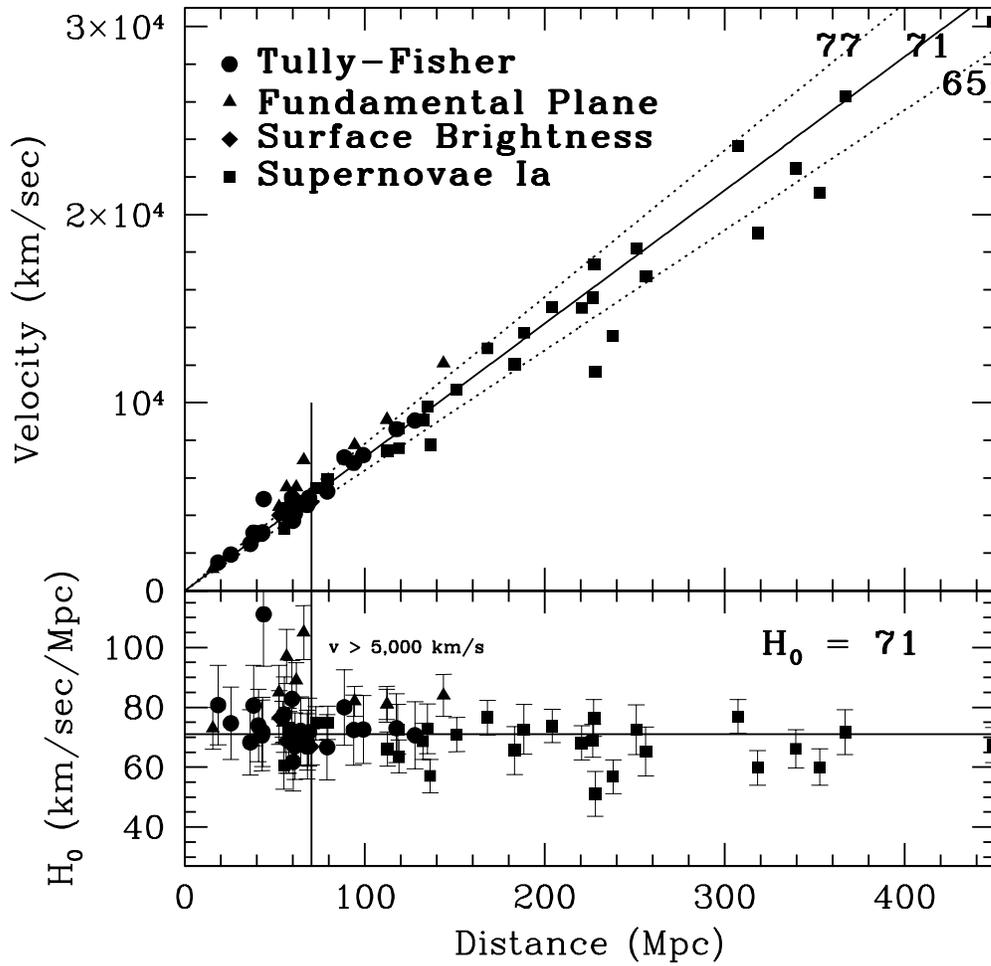


Figure 5: Diagramme de Hubble pour des repères secondaires calibrés sur les Céphéïdes (haut)
Résidus du meilleur ajustement linéaire (bas)

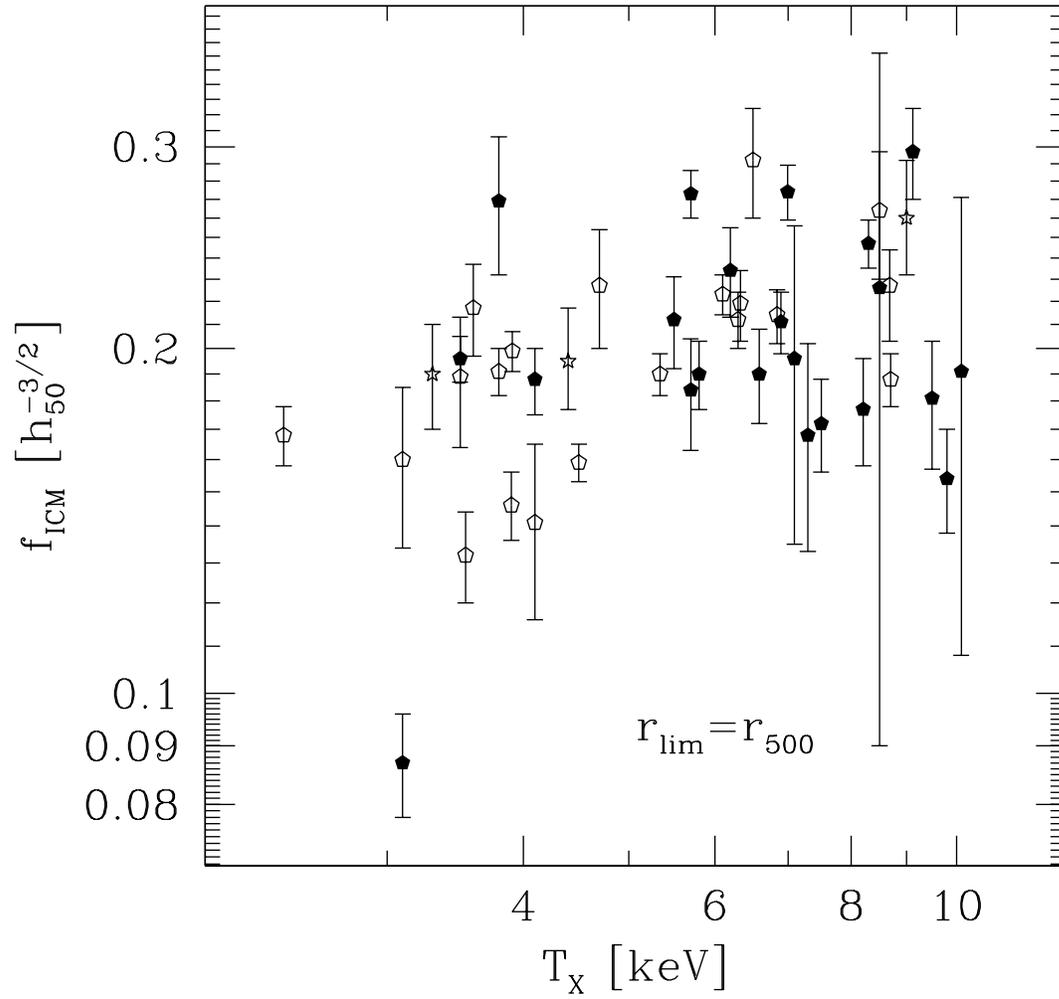


Figure 6: Fraction de gaz intergalactique en fonction de la température dans les amas (M. Turner, astro-ph/9904051)

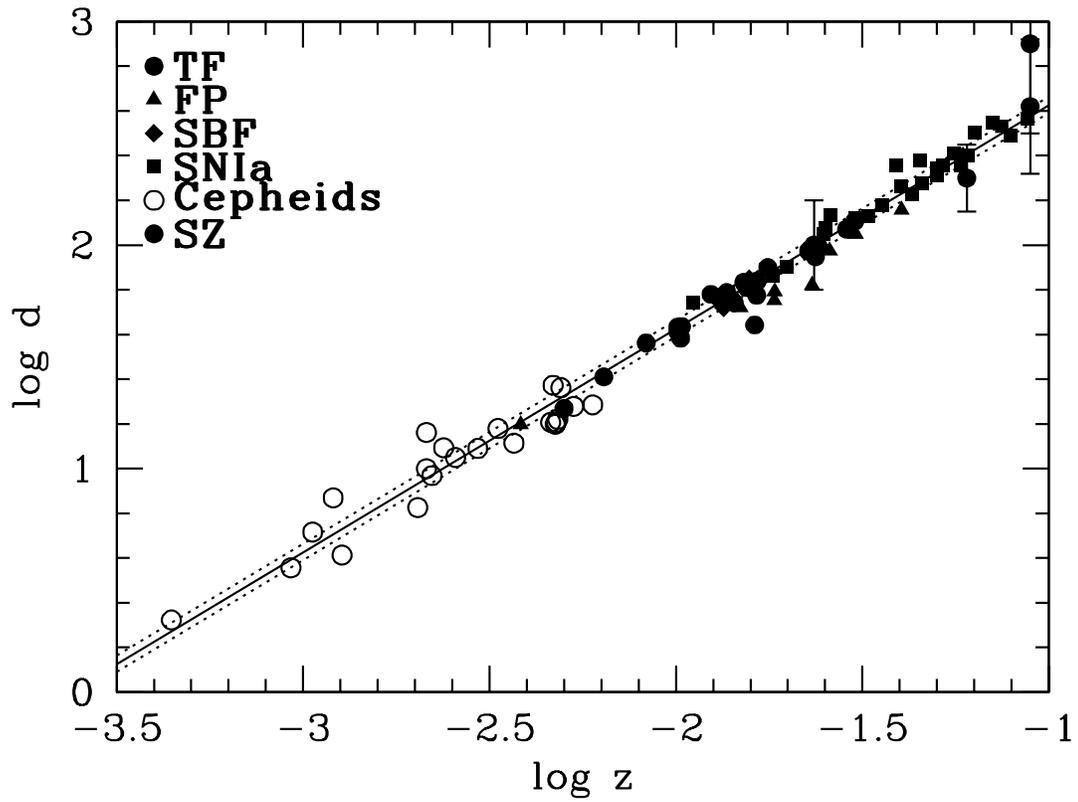


Figure 7: Raccordement des mesures basées sur les Céphéides avec la méthode basée sur l'effet Sunyaev-Zeldovich. Ajustement par $H_0 = 71 \text{ km/s/Mpc}$ (ligne continue).

1.9 Qu'est-ce que la constante cosmologique ?

Introduite par Einstein pour garantir (?) un Univers éternel, la constante cosmologique est un terme $\Lambda g_{\mu\nu}$ ajouté au tenseur d'énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ qui est la source du champ gravitationnel dans les équations de la Relativité Générale.

On voit tout de suite qu'il se comporte, si $\Lambda > 0$ comme une densité d'énergie positive, Λg_{00} , mais comme une pression négative et isotrope $\Lambda g_{ij} = -\Lambda \delta_{ij}$. L'expansion de l'Univers va donc lui fournir de l'énergie, et il va se maintenir constant.

En fait on peut grossièrement caractériser le comportement d'un composant quelconque de l'Univers par $p = w\rho$, et l'évolution dans le temps est alors $\rho \sim R^{3(1+w)}$ où R est le rayon de l'Univers.

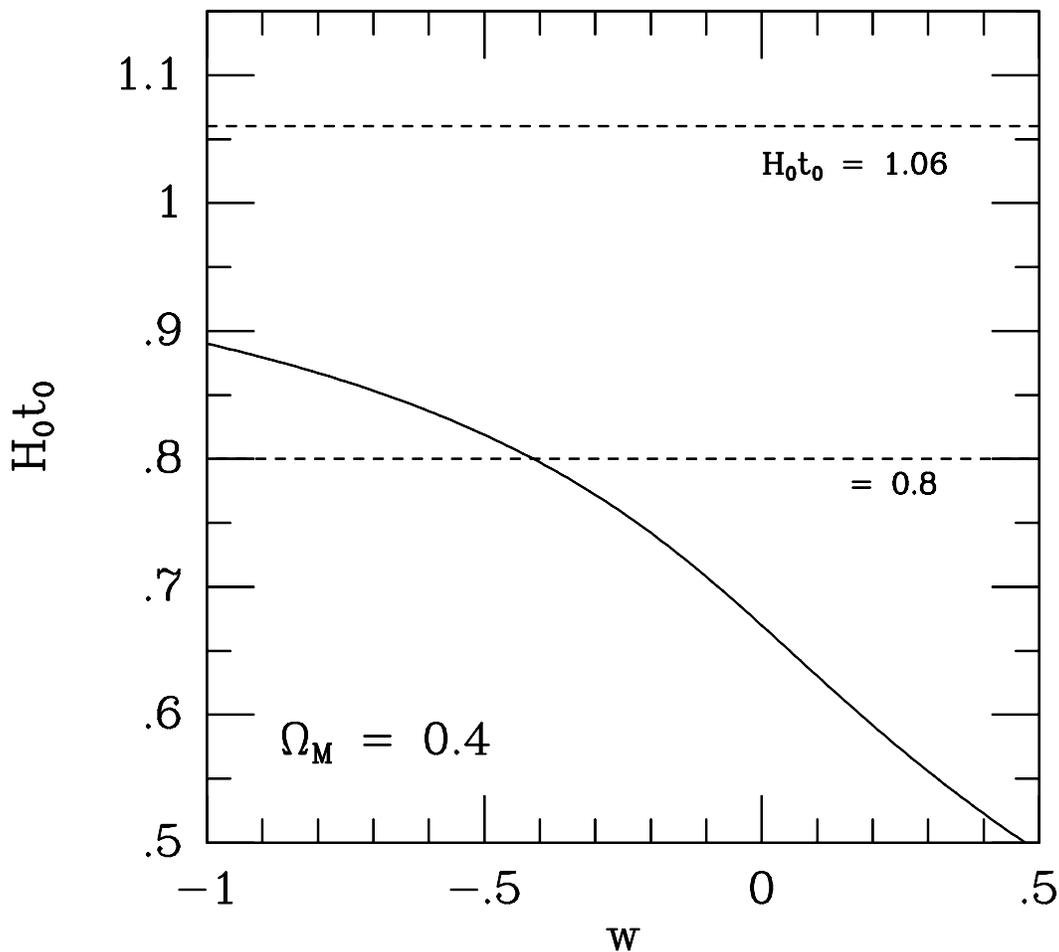


Figure 8: $H_0 t_0$ en fonction de l'indice w

Un ajustement à 10 paramètres, obtenu par $3 \cdot 10^7$ tirages au hasard dans l'espace de 8 d'entre eux et ajustement continu sur les deux derniers a été fait par Tegmark et Zaldarriaga (astro-ph/0002091). Leur résultat majeur est que la courbure spatiale $0,24 < \Omega_k < 0,38$, que la

H_0 and t_0 Measurements to $\pm 10\%$

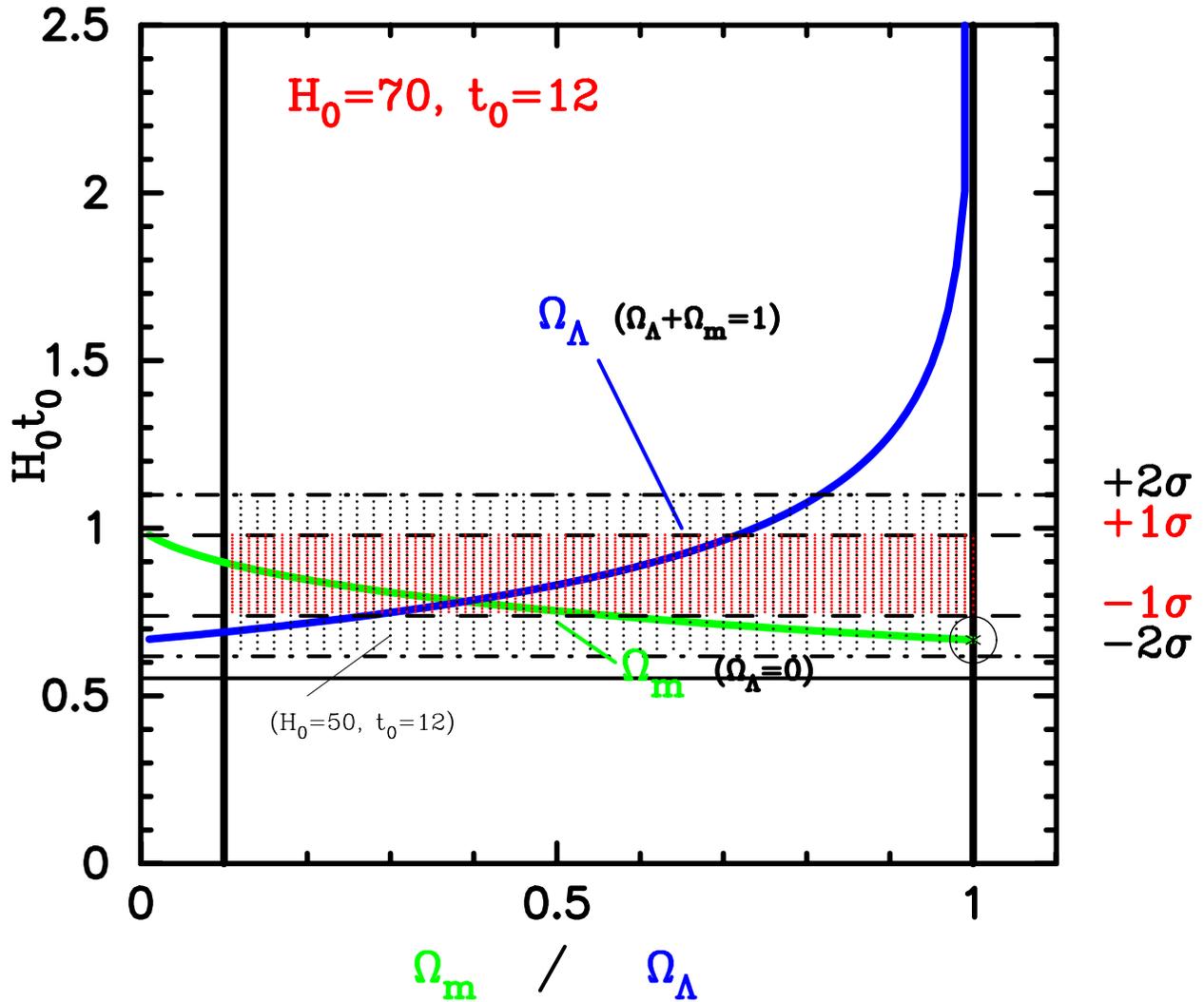


Figure 9: Valeurs de $H_0 t_0$ en fonction de Ω_Λ à $\Omega_k = 0$ ou de Ω_m à $\Lambda = 0$. Bandes horizontales à 1σ et 2σ autour de $H_0 = 70$ km/s/Mpc et $t_0 = 12 \times 10^9$ ans

contribution de la matière noire est bornée par $h^2\Omega_c dm < 0,3$, et que l'étude des SN Ia conduit à adopter une constante cosmologique positive.

1.10 Effet Sunyaev-Zeldovich

L'effet Sunyaev-Zeldovich (SZ) est dû à l'accumulation d'électrons chauds (1–10 keV) dans le potentiel gravitationnel des amas. Par équipartition de l'énergie, les photons du CMB ont tendance à diffuser vers l'avant en accroissant leur énergie.

Mais la répartition du CMB est aléatoire (quelques dizaines de μK de variations locales), ce qui est bien supérieur au signal SZ (de l'ordre du μK). L'idée pour séparer ces deux signaux est de faire usage de leur forme fonctionnelle différente: le CMB suit une loi du corps noir, tandis que le signal SZ suit une loi de la forme

$$s(\nu) = 2 - \frac{x}{2} \coth \frac{x}{2} \quad \text{avec} \quad x = \frac{h\nu}{kT_{CMB}} \approx \frac{\nu}{56.8 \text{ GHz}}$$

Cette fonction notamment s'annule pour $x \approx 3.83$, ou $\nu \approx 217 \text{ GHz}$. On pourrait donc cartographier exactement le fond CMB à cette fréquence, et le soustraire de la somme CMB+SZ à une autre fréquence, pour obtenir le signal SZ.

Le fait que les dépendances fonctionnelles de ces signaux selon la fréquence soient connues est une caractéristique importante, que l'on retrouve dans la littérature sous le nom de « cohérence », ce qui n'a évidemment rien à voir avec la cohérence des photons dans un laser.

1.11 Autres bruits

Malheureusement, la procédure mentionnée précédemment pour isoler l'effet SZ du fond CMB doit tenir compte de la présence en fait de toute une série d'autres bruits d'amplitude comparable, voire supérieure à l'effet SZ. Le fait qu'ils soient produits entre le phénomène observé et l'observateur leur mérite le nom de « bruits d'avant-plan ». Leur influence peut s'évaluer en fonction de la fréquence, et par l'action sur le flux d'énergie (Température effective) ou les deux composantes de la polarisation. C'est ainsi que l'on aura le bruit de rayonnement synchrotron des électrons libres, les émissions de collisions $e - p$, le bruit émis par la poussière en vibration ou en rotation, les sources radio et infrarouges ponctuelles non isolées. On n'a pas encore d'évaluation très sûre de tous ces bruits, et il faut donc faire des hypothèses plus ou moins pessimistes. Il en résultera une possibilité plus ou moins poussée d'explorer la dépendance du CMB aux grands ℓ .

Ces bruits ont cependant des caractéristiques fonctionnelles, tant en ce qui concerne la distribution angulaire que la distribution en fréquence, qui permet d'espérer en éliminer une grande partie. Ils ne sont a priori pas corrélés avec le fond CMB en direction: ce sont en majorité des bruits qui proviennent de la Galaxie, voire du système solaire ou même de l'instrumentation. On les appelle donc globalement bruits d'avant-plan.

En outre, ils sont en général loin d'être cohérents en fréquence. A la limite, on pourrait exprimer leur variance comme

$$C^{bruit}(\nu, \mathbf{u}, \nu', \mathbf{u}') = \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 \Big|_{bruit} \delta(\nu - \nu') \delta^2(\mathbf{u} \times \mathbf{u}')$$

ce qui représente une incohérence complète en fréquence : il n'y a aucune information à attendre de la carte à la fréquence ν pour établir celle à la fréquence ν' .

En réalité, la situation se trouve plus gênante encore, car il faut déconvoluer la résolution de l'appareillage avant de faire la soustraction. Si l'on suppose une corrélation gaussienne de largeur $\theta(\nu)$ en direction:

$$C^{bruit}(\nu, \mathbf{u}, \nu', \mathbf{u}') = \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 \Big|_{bruit} \delta(\nu - \nu') \frac{1}{2\pi\theta^2(\nu)} \exp \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' - 1}{\theta^2(\nu)}$$

il faut déconvoluer cette gaussienne (opération impossible, comme on le sait !), et on obtient, dans l'espace des ℓ

$$C_\ell^{bruit}(\nu, \nu') = 8 \ln 2 \theta^2(\nu) \exp[\theta^2(\nu)\ell(\ell + 1)] \left(\frac{\Delta T}{T} \right)^2 \Big|_{bruit} \delta(\nu - \nu')$$

En fait, les bruits divers sont pratiquement dans une situation intermédiaire entre la cohérence et l'incohérence complètes.

1.12 Extraire le signal SZ par la cohérence

On reçoit pour chaque composante sphérique (ℓ, m) un signal à diverses fréquences i : soit S_i . Ce signal se compose d'un signal SZ de la forme $C_{SZ} s(\nu_i)$ et de composantes diverses B_i provenant d'autres bruits, et moins cohérentes. On peut donc écrire

$$S_i = C_{SZ} s(\nu_i) + \sum_B B(\nu_i)$$

A chaque fréquence, on peut extraire le signal SZ par

$$C_{SZ} = \frac{S_i}{s(\nu_i)} - \sum_B \frac{B(\nu_i)}{s(\nu_i)}$$

Les valeurs moyennes de B sont faibles, non corrélées avec celles de SZ, a fortiori si on en fait une moyenne pondérée avec des poids w_i convenables.

$$C_{SZ} \approx \sum_i w_i \frac{S_i}{s(\nu_i)} \quad \sum_i w_i = 1$$

Pour choisir les poids w , on peut minimiser la variance du reste:

$$\left\langle \left(\sum_i w_i \sum_B \frac{B(\nu_i)}{s(\nu_i)} \right)^2 \right\rangle = \sum_{B,i,j} w_i w_j \frac{C_B(\nu_i, \nu_j)}{s(\nu_i) s(\nu_j)}$$

où $C_B(\nu, \nu')$ est la covariance du bruit B entre les fréquences ν et ν'

Il suffit de différentier par rapport à w_i , en ajoutant un multiplicateur de Lagrange pour tenir compte de la contrainte:

$$\sum_{B,j} w_j \frac{C_B(\nu_i, \nu_j)}{s(\nu_i) s(\nu_j)} = \text{const.}$$

ou

$$\sum_{B,j} w_j \frac{C_B(\nu_i, \nu_j)}{s(\nu_j)} = \text{const. } s(\nu_i)$$

Il s'agit tout simplement d'une matrice à inverser. On remarque que la fréquence critique de 217 GHz où $s(\nu) = 0$ joue un rôle particulier dans le problème: elle impose de mettre $w = 0$ à cette fréquence pour que le membre de gauche soit bien défini, et elle donne une contribution nulle à droite. Tout au plus peut-elle influencer sur la solution comme une sorte de contrainte, dans le cas où la décohérence n'est pas complète (C non diagonale).

1.13 Effet de lentille gravitationnelle – non linéaire –

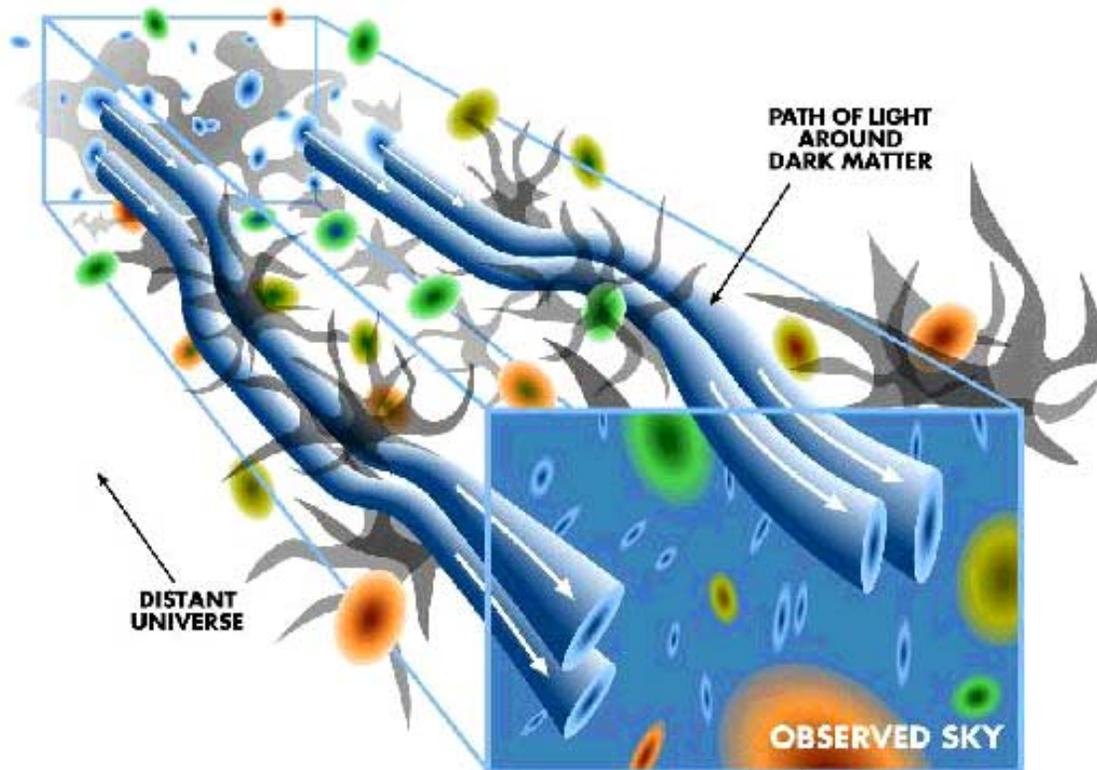


Figure 10: Dans leur chemin à travers les champs tourmentés de la gravitation, les images des galaxies lointaines sont déformées, au premier ordre mesurable de façon quadrupolaire

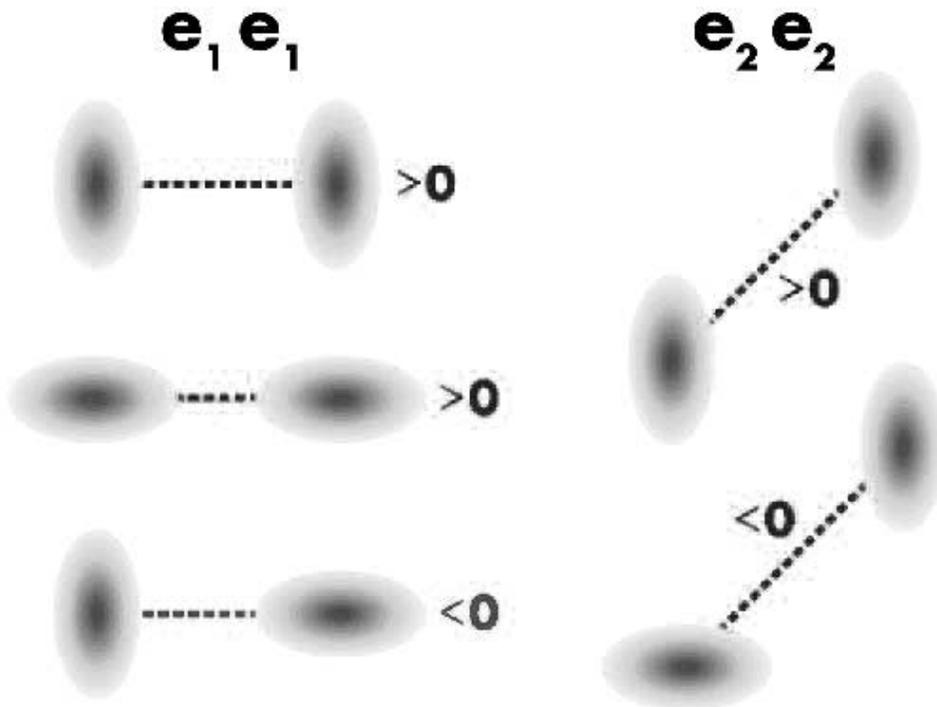


Figure 11: L'orientation des deux quadrupôles de base sont à 45° l'une de l'autre. Si l'on prend comme axe de référence la droite joignant deux galaxies, la configuration $e_1 e_1 > 0$ est fréquente, $e_2 e_2 > 0$ est favorisée à courte distance, le signe de $e_1 e_2$ est aléatoire à toute distance.

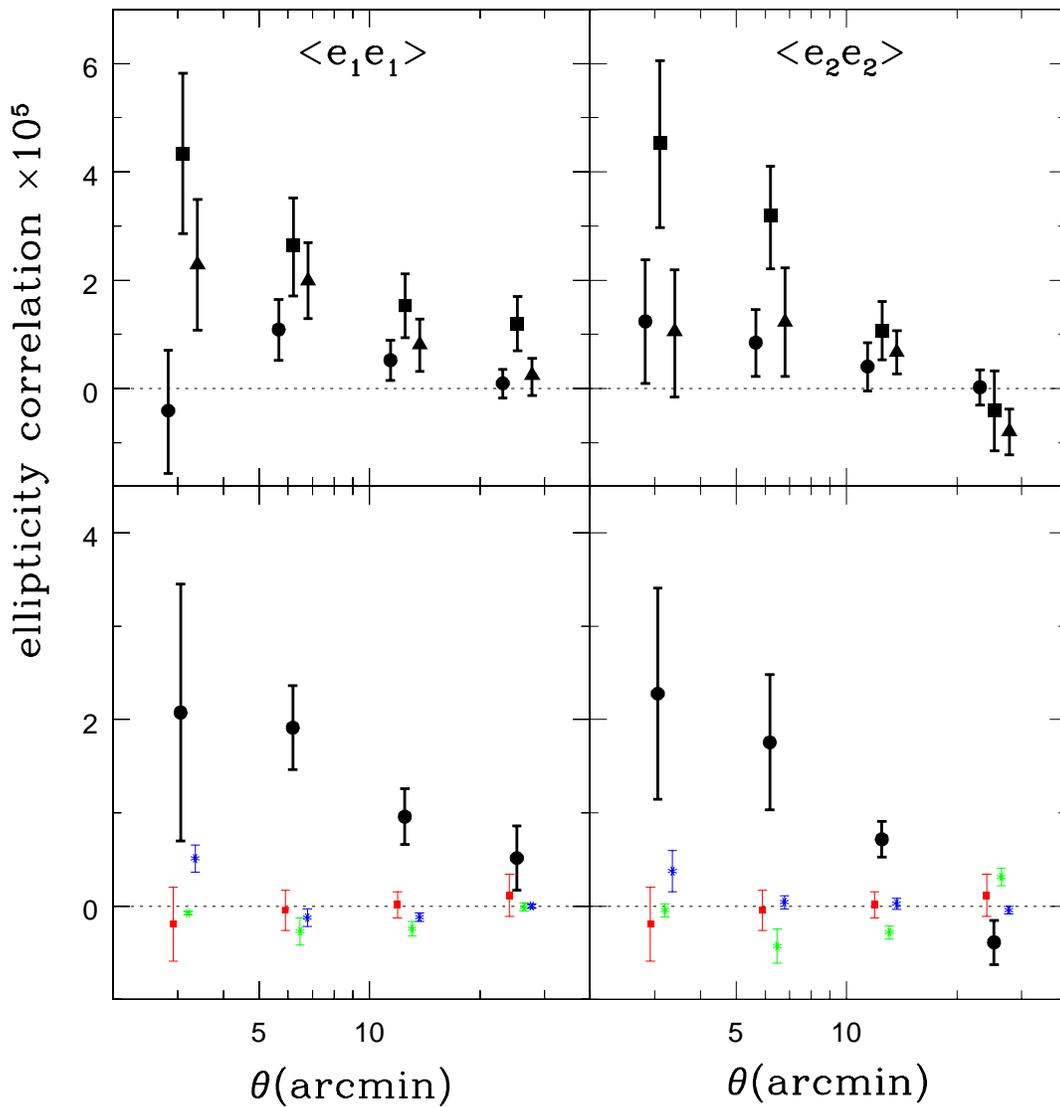


Figure 12: Résultats obtenus sur 3 champs d'un total d'1,5 degré carré, soit environ 150 000 galaxies éloignées.

En haut, résultats individuels pour chaque champ

En bas: les ronds représentent la moyenne pondérée sur les champs

Trois tests de biais possibles sont présentés:

Carrés: $\langle e_1 e_2 \rangle$

Astérisques: Ellipticité des étoiles

Astérisques: Corrélations étoiles-galaxies

(Wittman et al. astro-ph/0003014)

log ellipticity correlation

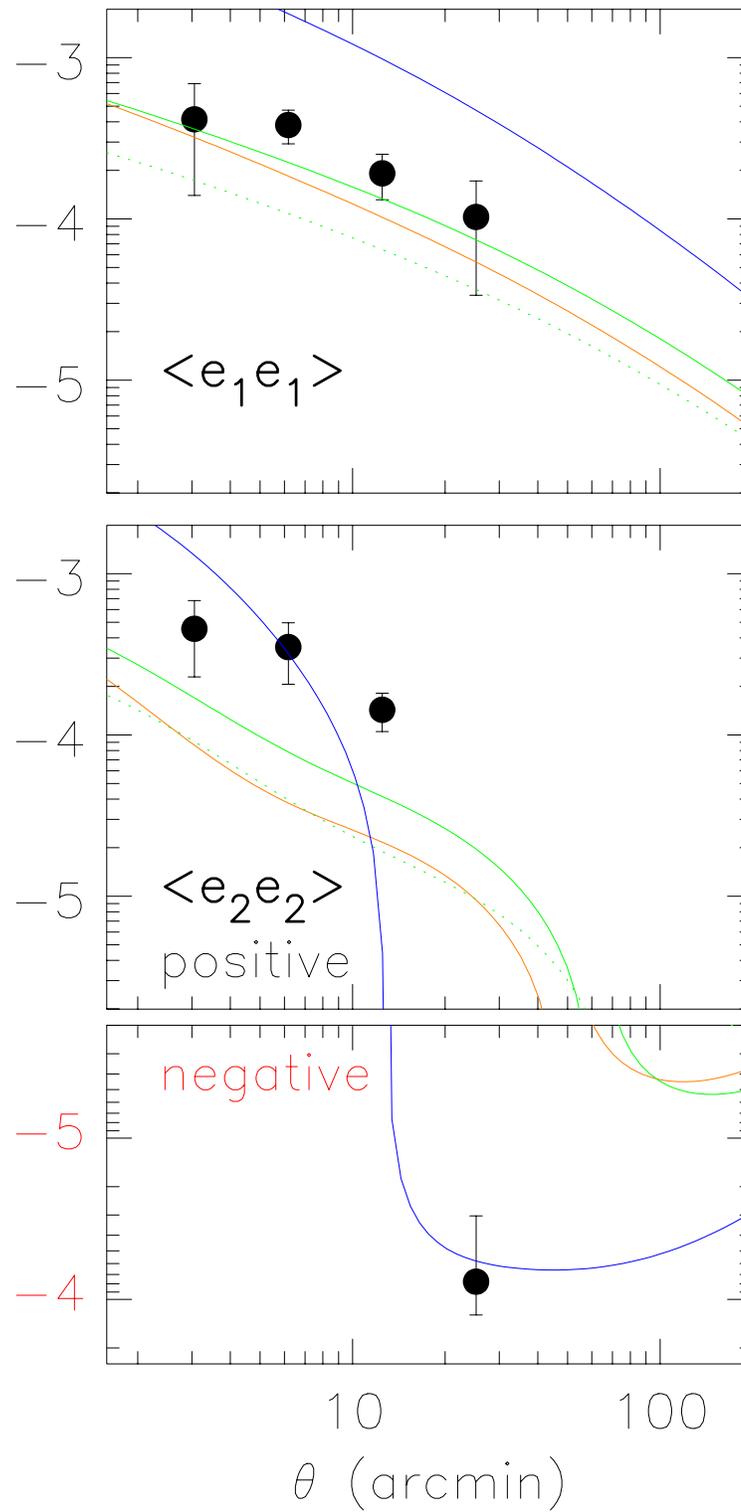


Figure 13: Corrélations d'ellipticité en fonction de la distance angulaire

(attention, échelle log-log):

— SCDM - CDM standard

— OCDM - CDM ouvert

— Λ CDM - constante cosmologique ($z_{\text{fond}} = 1$)

..... Λ CDM - constante cosmologique ($z_{\text{fond}} = 0,6$)

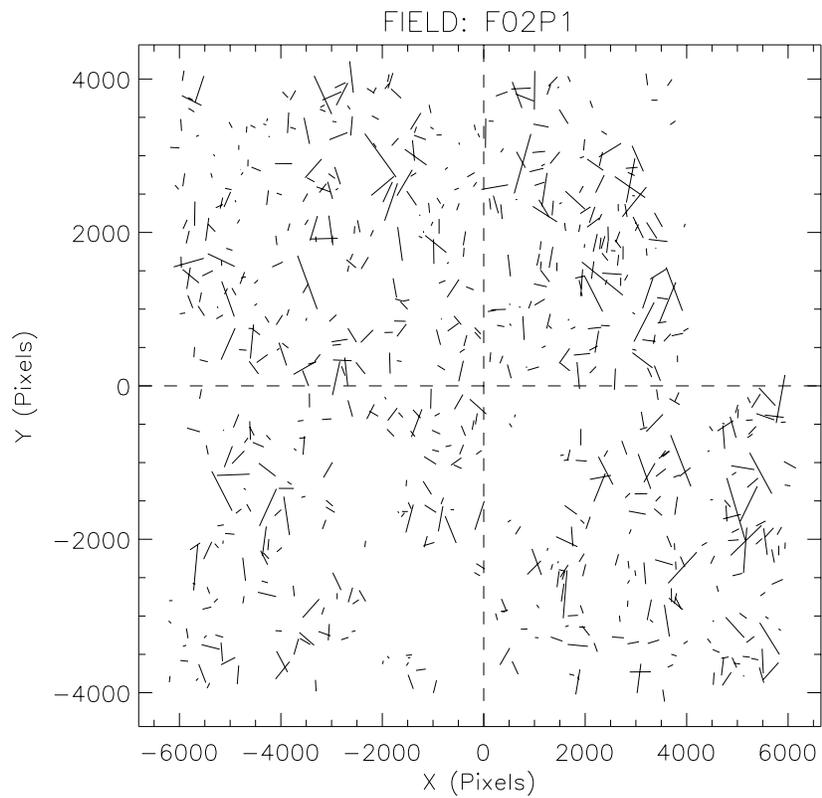
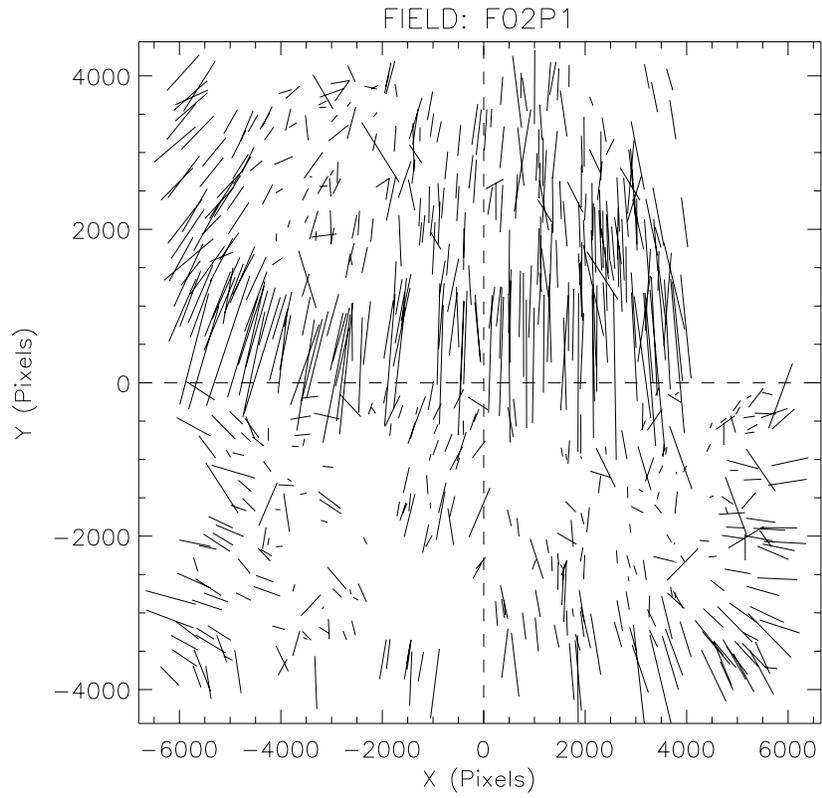


Figure 14: Etalement des étoiles fiducielles sur le champ F02P1 avant et après correction.

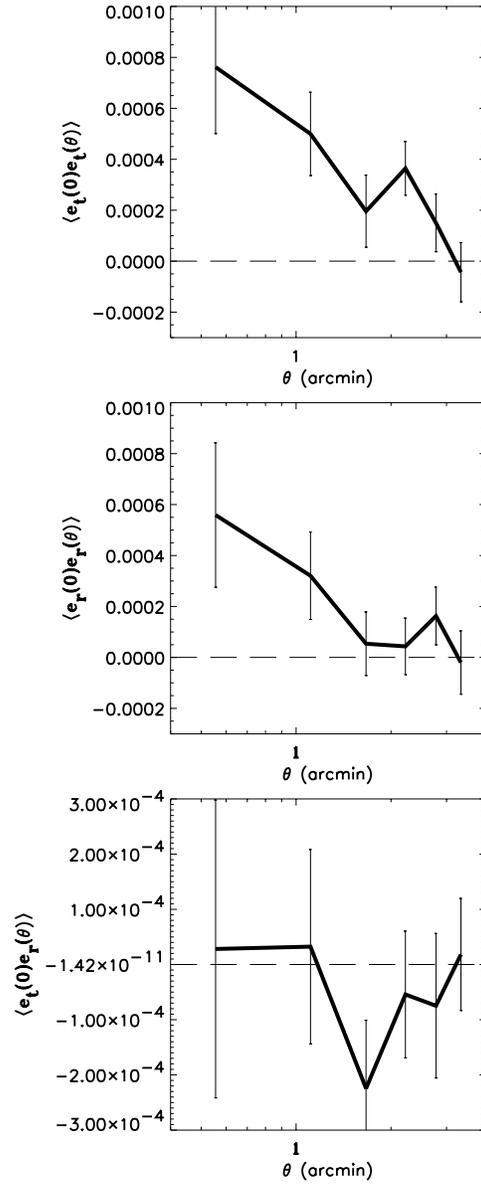


Figure 15: Corrélation des allongements relatifs à la direction

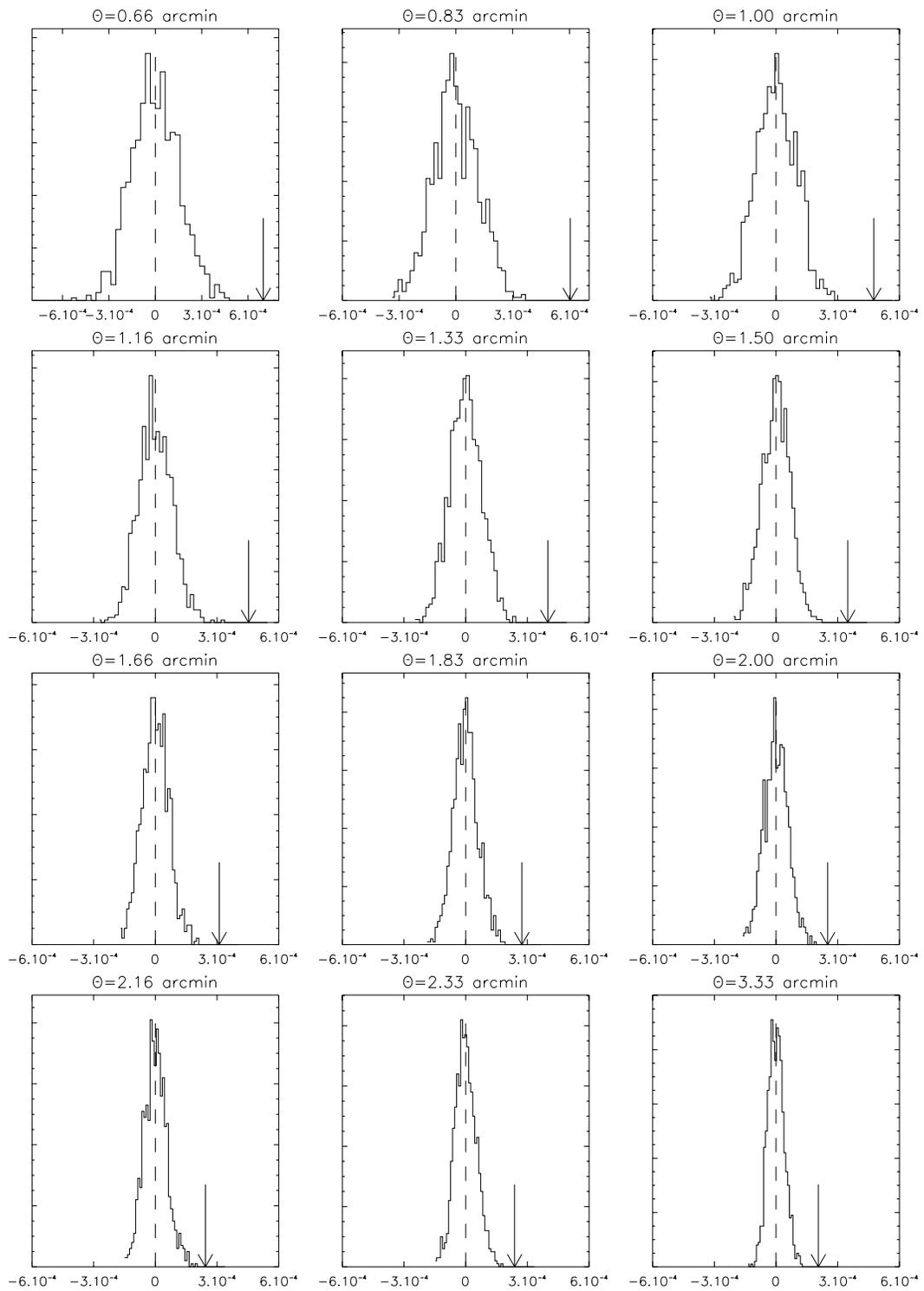


Figure 16: Signal (flèche) rapporté aux histogrammes de catalogues randomisés, selon le taux d'étalement.

Cet effet permet l'extraction des masses des lentilles: le facteur de multiplication de la luminosité est $A = |(1 - \kappa)^2 - \gamma^2|^{-1}$

où $\kappa = \frac{\Sigma}{\Sigma_c}$: Σ est la densité surfacique de la lentille, et Σ_c est la valeur critique de Σ telle que $A^{-1} = 0$ pour une feuille de densité constante.

$$\kappa = \kappa_\infty f(z) = \kappa_\infty \frac{\sqrt{1+z} - \sqrt{1+z_L}}{\sqrt{1+z} - 1} = \frac{8\pi G (\sqrt{1+z_L} - 1)(\sqrt{1+z} - \sqrt{1+z_L})}{cH_0 (1+z_L)^2(\sqrt{1+z} - 1)} \Sigma$$

$$\kappa = \frac{(\sqrt{1+z_L} - 1)(\sqrt{1+z} - \sqrt{1+z_L})}{(1+z_L)^2(\sqrt{1+z} - 1)} \frac{\Sigma}{2.75 \cdot 10^{14} h M_\odot \text{Mpc}^{-2}}$$

γ^2 est la somme des deux composantes au carré du cisaillement apparent d'un fond isotrope.

(dans l'hypothèse d'un univers euclidien d'Einstein-De Sitter, ce qui n'apporte pas d'erreur substantielle pour les valeurs de $z \sim 1$ envisagées Deux hypothèses simplificatrices extrêmes se proposent :

$\gamma = 0$ (feuille plane), ce qui donne $\kappa_0 = 1 - \mathcal{P}A^{1/2}$ et

$\gamma^2 = \kappa^2$ (sphère isotherme), ce qui donne $\kappa_1 = (1 - \mathcal{P}A^{-1})/2$

\mathcal{P} est le signe qu'il faut mettre à la définition de A pour avoir la valeur absolue.

Une solution plus complexe (« parabolique ») est de poser $\gamma^2 = (1 - c)^2(\kappa/c)$, avec $A^{-1} = |(\kappa - c)(\kappa - 1/c)|$, ce qui dédouble les valeurs critiques de κ . On a alors

$$\kappa_c = \left((c^2 + 1 - \mathcal{S} \sqrt{(c^2 + 1)^2 - 4c^2(1 - \mathcal{P}A^{-1})}) / 2c \right)$$

où \mathcal{S} est le signe de $(c + 1/c - 2\kappa)$

Notons que la solution de couche uniforme est récupérée pour $c = 1$.

Malgré les flottements que ces choix autorisent, on peut espérer que cette méthode donnera des résultats meilleurs que la méthode des ellipticités, qui est par exemple totalement insensible à une large couche de densité surfacique constante (« sheet ambiguity »).

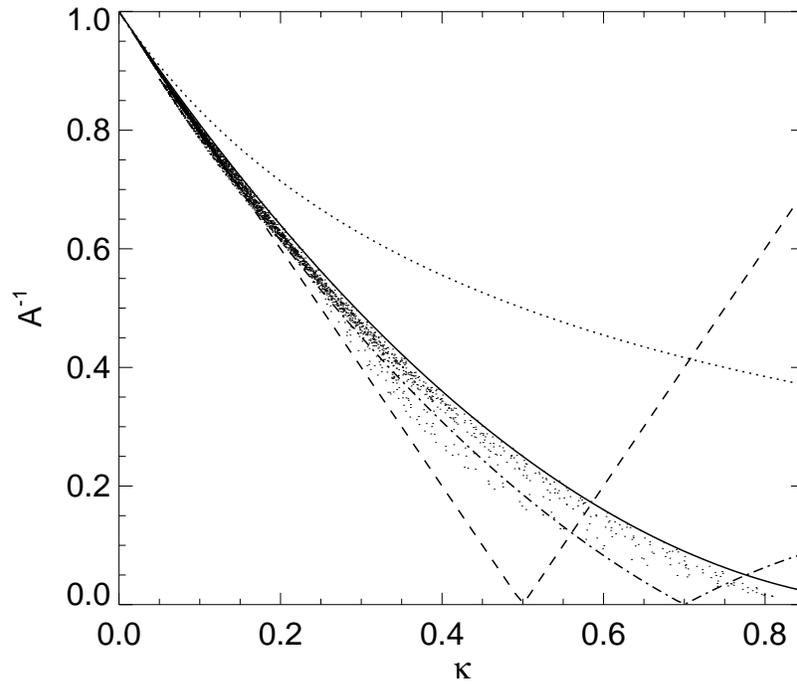


Figure 17: Relation entre la densité de masse réduite κ et l'inverse de l'amplification A^{-1} , sur un échantillon de simulation:

- trait plein: $\gamma = 0$
- tirets : $\gamma = \kappa$
- pointillé : approximation de convergence faible
- mixte : forme «parabolique» de van Kampen avec $c = 0,7$

1.14 Application à l'amas Abell 1689

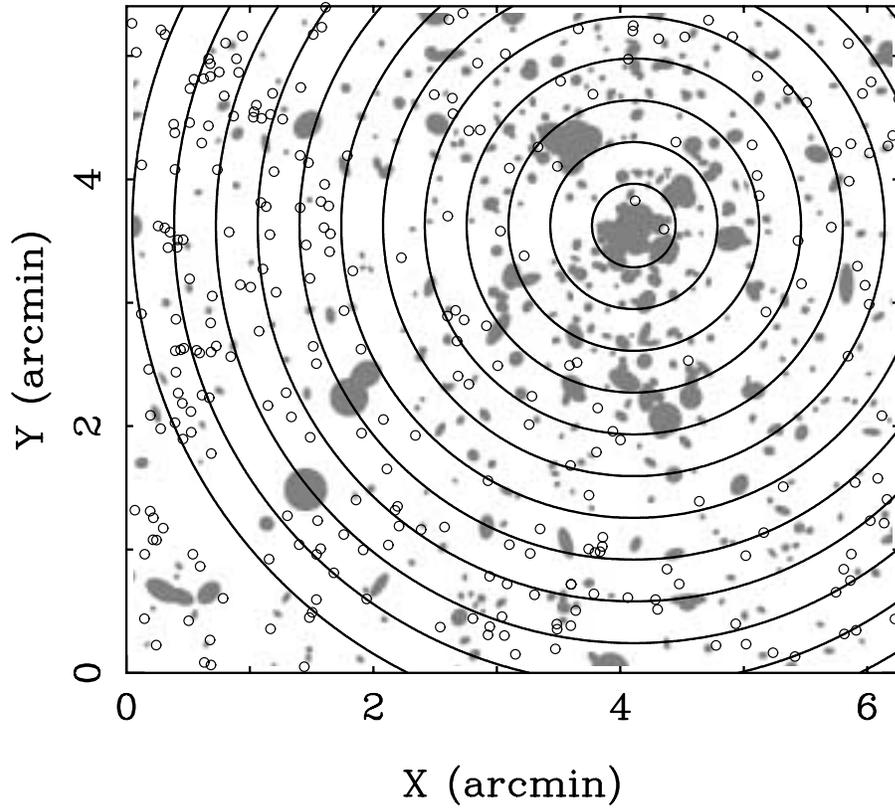


Figure 18: Région masquée de l'amas, contenant les galaxies censées appartenir à l'amas.

Cette région représente environ 10 % du total.

Les galaxies de fond sont centrées dans les petits cercles.

Les contours circulaires sont les boîtes de l'histogramme radial.

Noter que $1'$ correspond à $0,117h^{-1}$ Mpc. L'échelle des teintes va du plus clair ($1,1/\text{arcmin}^2$) au plus foncé ($23/\text{arcmin}^2$) par pass (courbes) de $1,46/\text{arcmin}^2$

1.15 Conclusions et comparaison avec d'autres résultats

A 2 dimensions, la masse projetée dans un cercle de $2'$, ($0,24h^{-1}$ Mpc) est

$$M_{2d}(< 0,24) = (0,5 \pm 0,09) 10^{15} h^{-1} M_{\odot},$$

soit

$$M_{2d}(< R) \approx 3.5 10^{15} (Rh/\text{Mpc})^{1.3} h^{-1} M_{\odot}$$

ce qui correspond en gros à la projection d'une distribution isotherme à 3 dimensions.

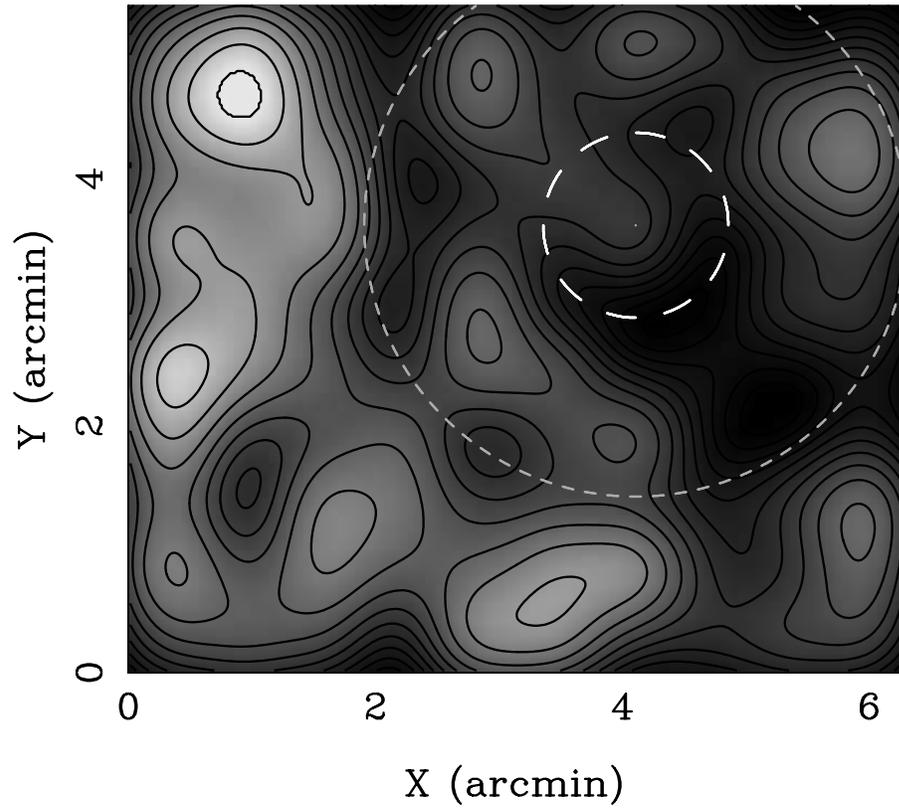


Figure 19: Distribution des galaxies derrière Abell 1689. On distingue une structure caustique vers le centre, et une autre structure circulaire de rayon plus grand.

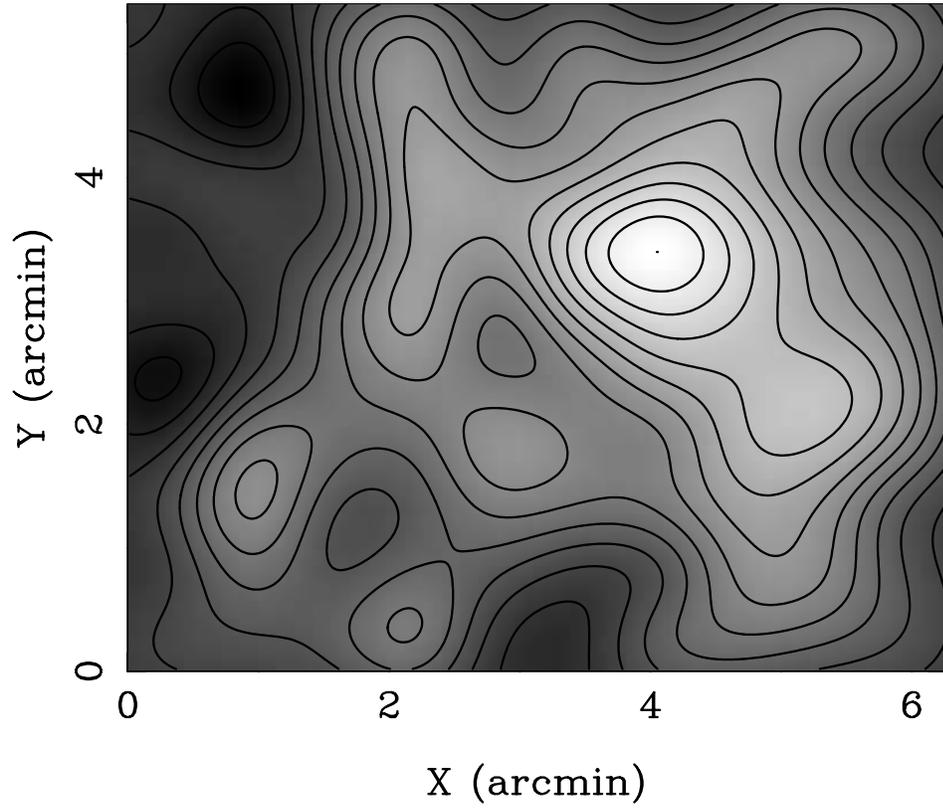


Figure 20: Densité reconstruite de l'amas Abell 1689

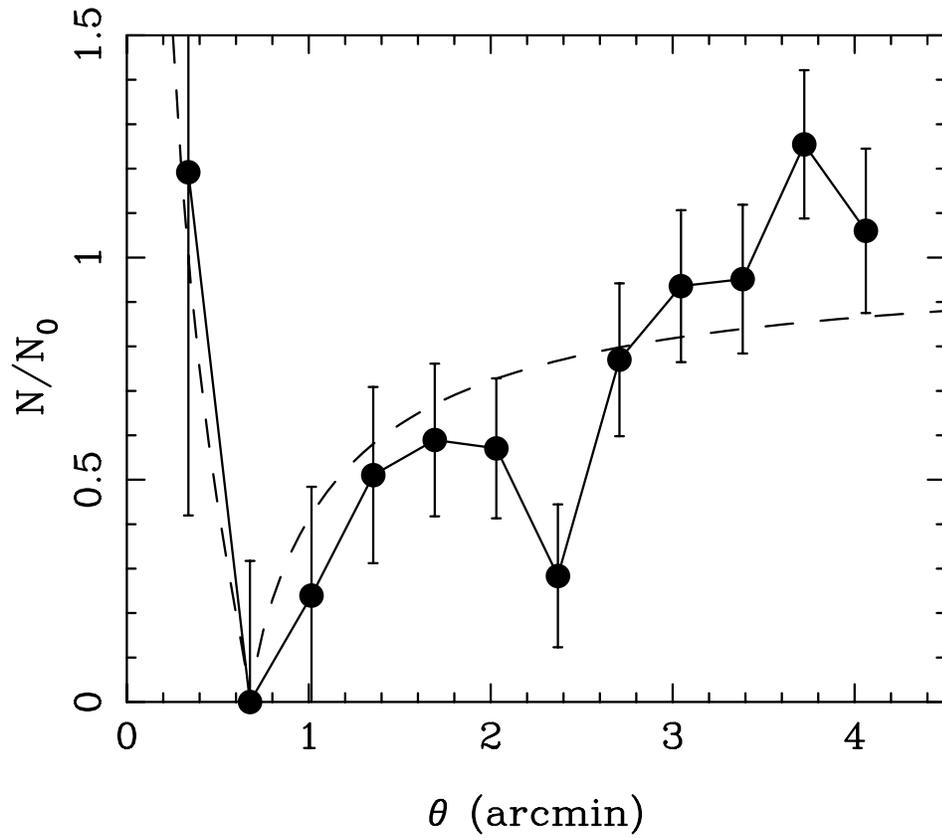


Figure 21: Profil radial de l'amas Abell1689. En tirets, profil théorique pour un amas isotherme, normalisé au rayon de caustique de $0,75'$

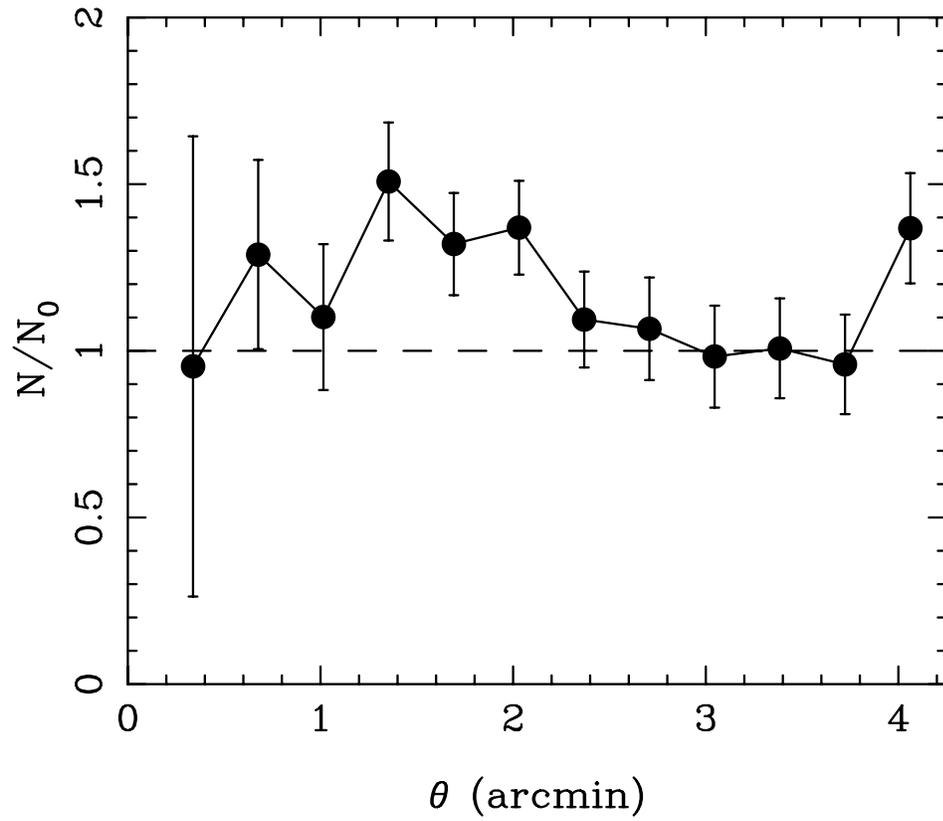


Figure 22: Profil radial des galaxies « bleues », qui, avec $\beta = 0,88$ sont pratiquement invisibles derrière un amas.

A partir des arcs de caustiques, Tyson et Fischer avaient trouvé

$$M_{2d}(< 0, 1h^{-1}\text{Mpc}) = (0, 18 \pm 0, 01) 10^{15} h^{-1} M_{\odot}$$

avec un comportement à peu près isotherme jusqu'à $R = 0, 4 h^{-1} \text{Mpc}$, ce qui donne en particulier

$$M_{2d}(< 0, 24) = (0, 43 \pm 0, 02) 10^{15} h^{-1} \text{Mpc}$$

ce qui correspond bien.

Kaiser a calculé la masse d'A1689 à partir de l'ellipticité. Il trouve un profil de l'ordre de

$$M_{2d}(< R) = 1.8 10^{15} (Rh/\text{Mpc}) h^{-1} M_{\odot}$$

avec une erreur de 10 % (stat.) et 10 % (distribution des z).

Peu après, deux auteurs (Dye & Taylor, astro-ph/9807256) du travail précédent ont proposé de ne plus recourir à des hypothèses plus ou moins étayées pour travailler à partir de κ seul, mais de faire un ajustement simultané des deux composantes de l'étirement γ et de l'effet de lentille gravitationnelle. Ceci impose des contraintes car on a les relations :

$$\Delta\gamma_1 = (\partial_1^2 - \partial_2^2)\kappa/2 \quad \Delta\gamma_2 = \partial_1\partial_2\kappa$$

où Δ est le laplacien $\partial_1^2 + \partial_2^2$.

L'idée est de découper l'image en pixels carrés. Le laplacien s'inverse par un logarithme, et l'intégrale sur un pixel se fait analytiquement pour des pixels carrés. On obtient ainsi l'inverse des relations ci-dessus, par une matrice G_i .

La relation de lentille gravitationnelle s'écrit maintenant, pixel par pixel:

$$A^{-1} = \left| 1 - 2\kappa + \kappa^2 + (G_1\kappa)^2 + (G_2\kappa)^2 \right|$$

Ayant mesuré A , il faut résoudre en κ , et évaluer $\gamma_i = G_i\kappa$.

Solution pour le modèle en haltère asymétrique dans un formalisme déduisant κ de l'ellipticité statistique.

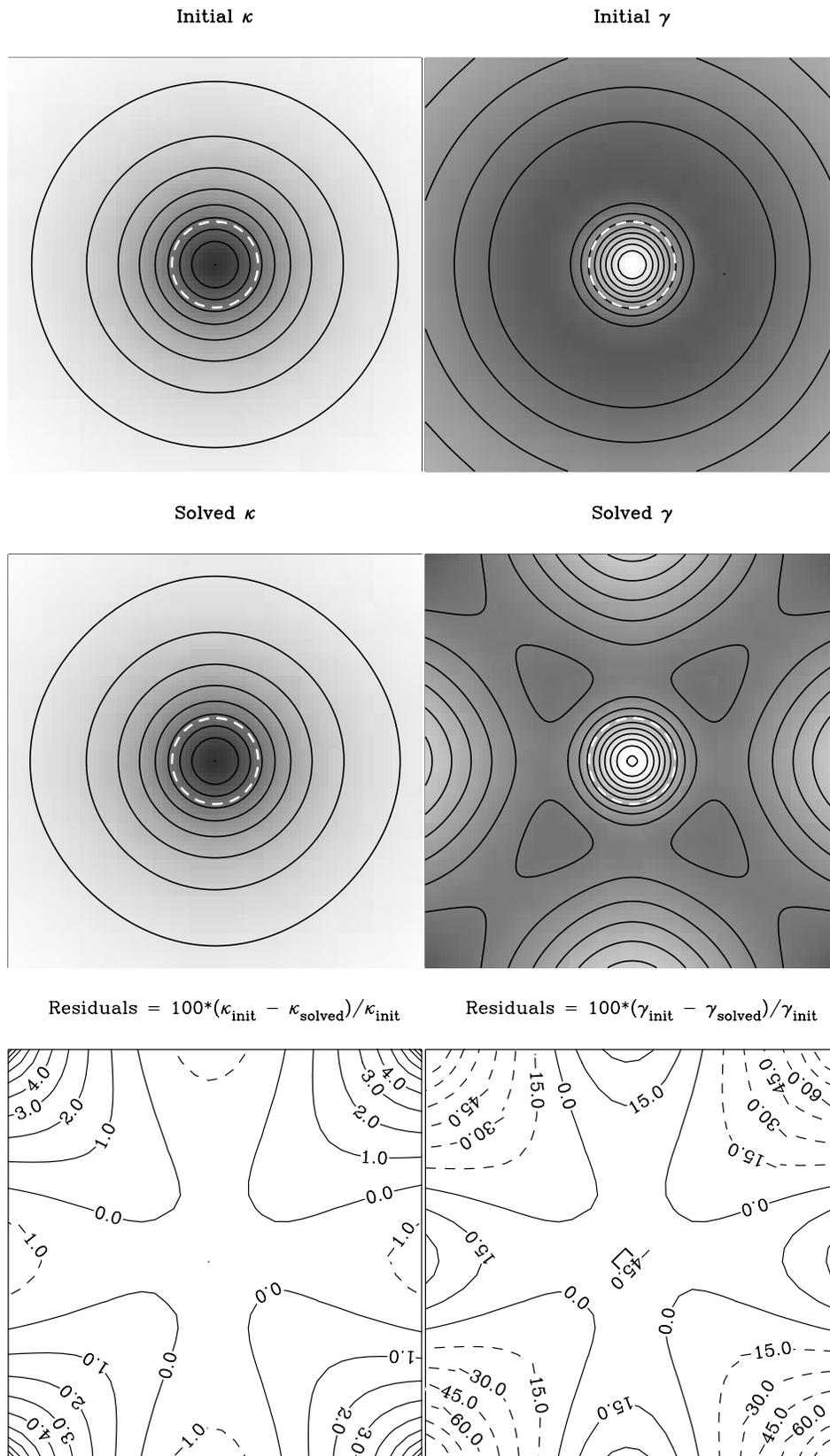


Figure 23: Test de la méthode sur un modèle sphérique isotherme. Données initiales, solution et erreurs relatives en % (grille de 32×32 pixels).

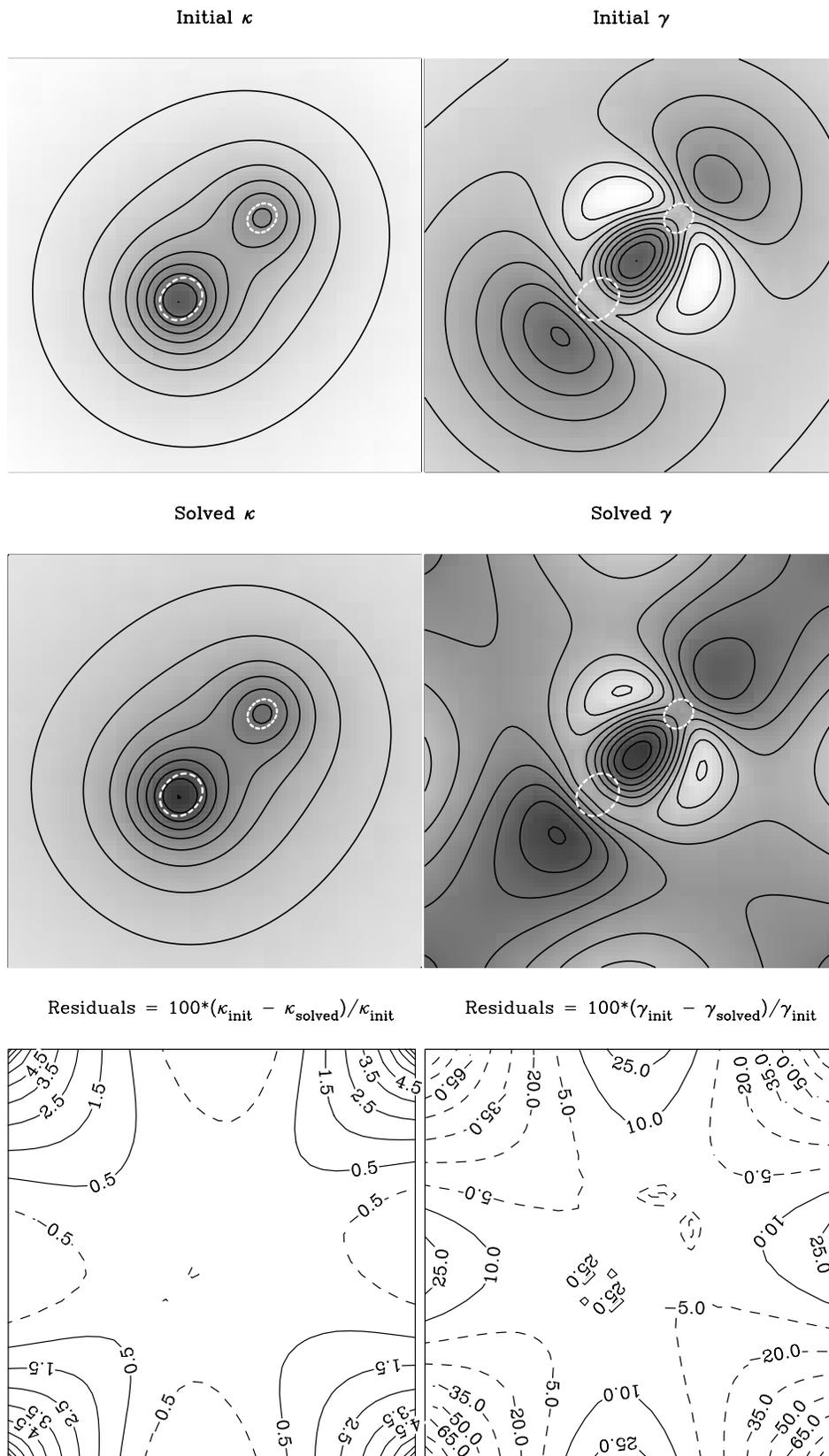


Figure 24: Test sur un modèle en haltère asymétrique (grille de 32×32 pixels).

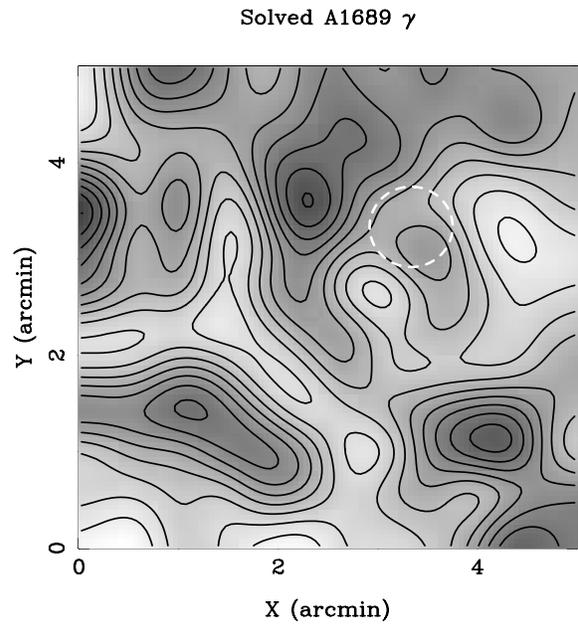
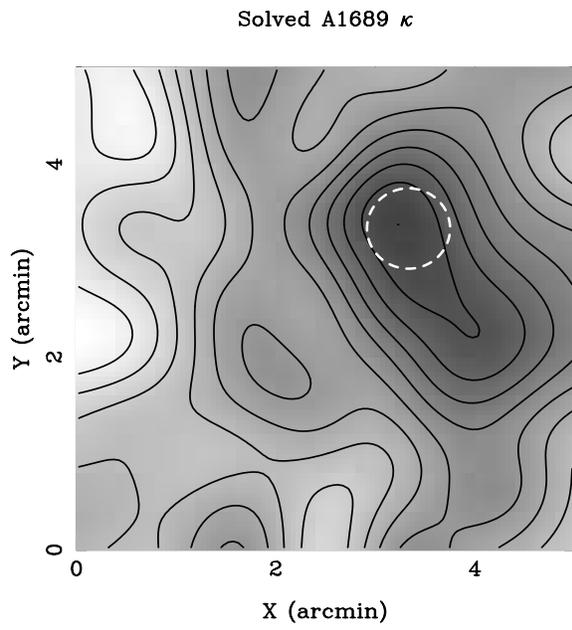


Figure 25: Solution pour Abell 1689 (données lissées sur une grille de 12×12)

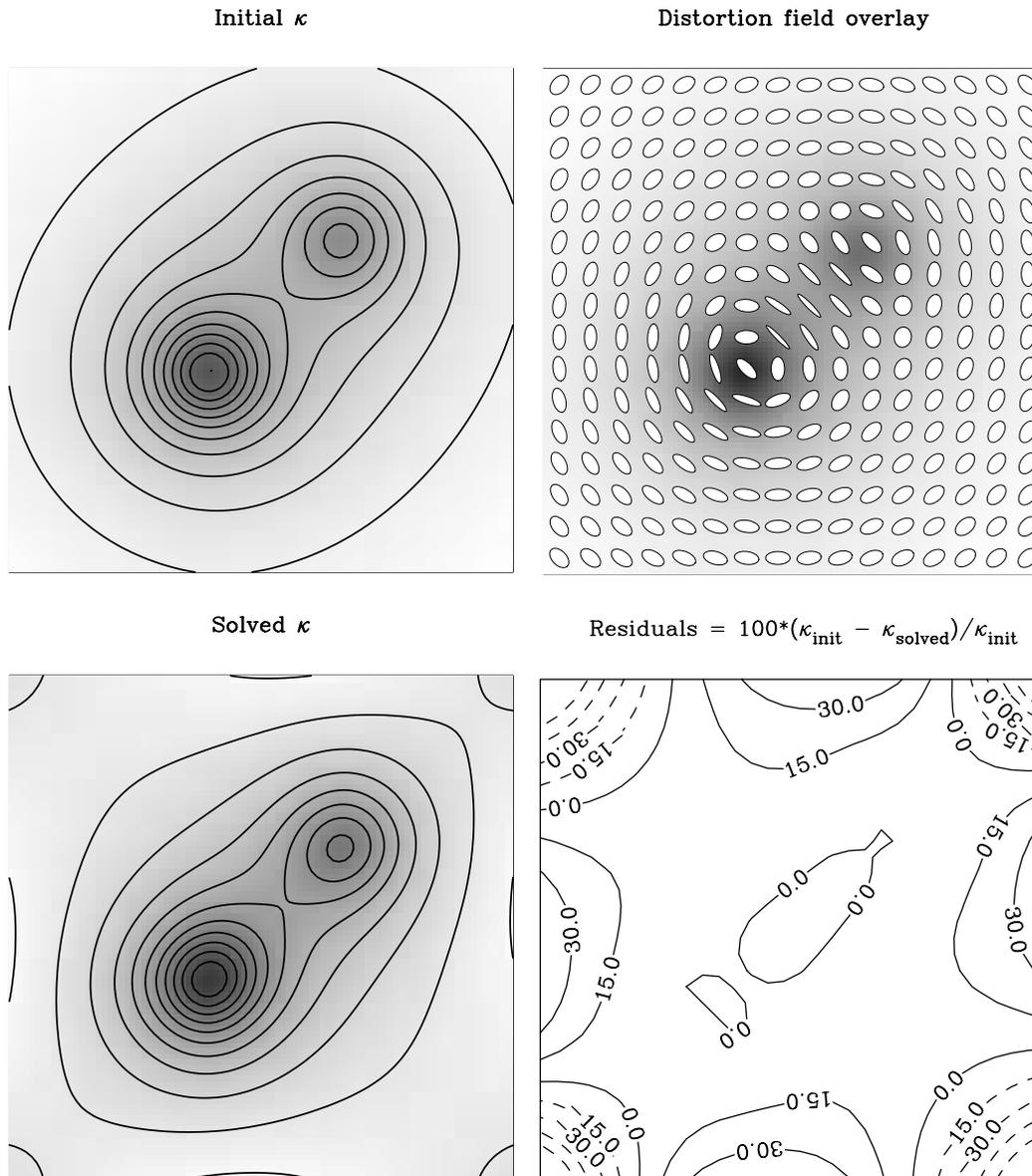


Figure 26: En fait, compte tenu des relations surdéterminées entre κ et γ , il est possible de déduire également κ de l'ellipticité $\gamma/(1 - \kappa)$, qui est ce que l'on observe directement. Ceci évidemment à la « sheet ambiguity » près.

1.16 Analyse récente de l'effet de lentille par l'amas Abell 1869

Une réétude de cet amas a été faite par les mêmes auteurs, (Dye *et al.*, astro-ph/0002011) avec le souci d'une meilleure séparation des galaxies de l'amas et des autres. A cette fin, ils ont utilisé notamment une étude colorimétrique poussée sur le télescope de 3,5 m de Calar Alto (Espagne), avec les paramètres suivants:

Filtre (nm)		Temps intégré (s)	Notes
λ_c	$\Delta\lambda$		
826	137	6000	Bande I
774	13	6800	H α à $z = z_L$
703	34	4100	z du fond
614	28	7700	z du fond
572	21	6300	z du fond
530	35	3300	z du fond
480	10	4200	400 nm à $z = z_L$
466	8	4800	Ca H, K à $z = z_L$
457	96	6000	Bande B

A partir de ces données, avec les réductions photométriques nécessaires, l'identification des galaxies s'est faite en partant des objets visibles dans la bande I, puis par restriction à leur visibilité dans les autres bandes. On passe ainsi de 3000 objets à 1000, notamment en raison de la sélectivité du filtre étroit à 466 nm.

Ceci ne résout pas entièrement le problème de la détermination de la luminosité, d'abord parce que les mesures ne recouvrent pas tout le spectre, et puis parce que l'évaluation d'une intégrale par une somme discrète reste approchée. Le problème a été résolu par la confection d'un catalogue de galaxies de types variés (100 types : elliptiques, spirales, Seyfert, en sursaut de production d'étoiles, etc.) et de valeurs de z variées (de 0 à 1,6 par pas de 0,002). L'ajustement dans l'espace à 9 paramètres des réponses pour les 9 filtres, dans la limite des erreurs, fournit la valeur de z de la galaxie. Il reste ainsi 958 galaxies dans le champ. Ajustement de 371 galaxies de CADIS-B ($0,3 < z < 0,8$ et $m_B < 24,5$) sur une fonction de Schechter

$$\phi(M, z) = \phi^*(z) 10^{0,4(M_* - M)(1 + \alpha)} \exp \left[-10^{0,4(M_* - M)} \right].$$

optimisée avec $M_* = -20,94$, $\alpha = -1,45$,

ϕ^* , qui est censé prendre en compte l'évolution de la population en fonction de z est ici pris constant, $2,05 \cdot 10^{-3}$, et normalise le tout.

1.17 Résultats

La bande marquée à $V - I \approx 1,5$ est la séquence E-S0 de l'amas.

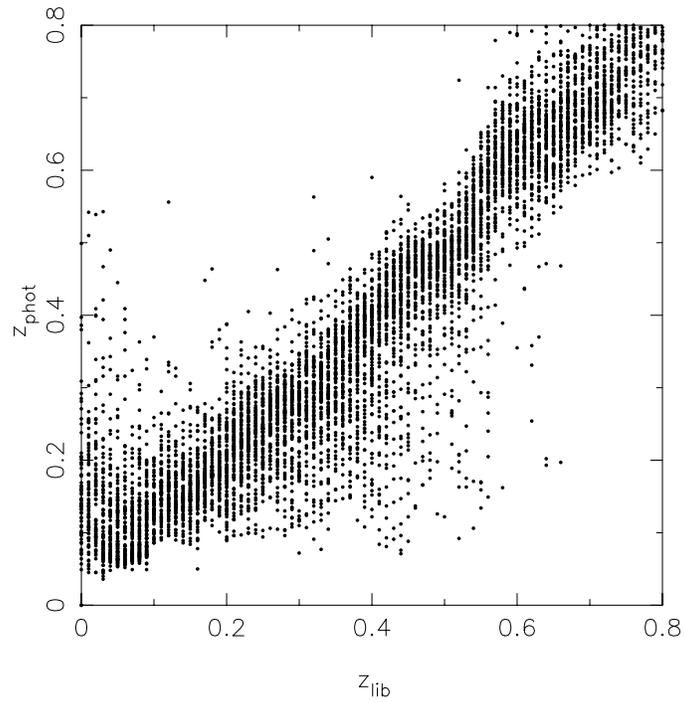
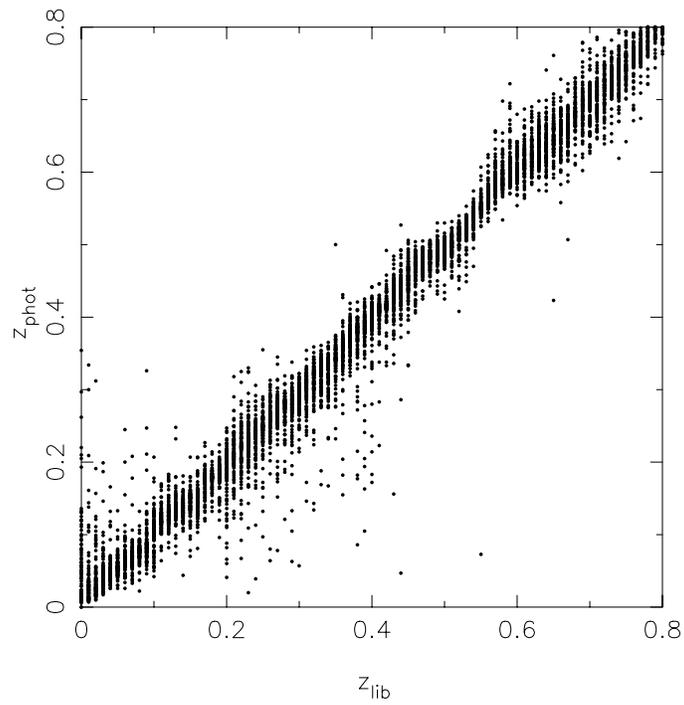


Figure 27: Simulation de la reconstitution de z par Monte-Carlo : une bibliothèque de spectres réels de galaxies est décalée à $I=20$ (en haut) ou à $I=21$ (en bas), et le z reconstitué par la méthode ci-dessus (z_{phot}) comparé à la valeur attendue (z_{lib}).
Chaque point représente une galaxie extraite de la bibliothèque.

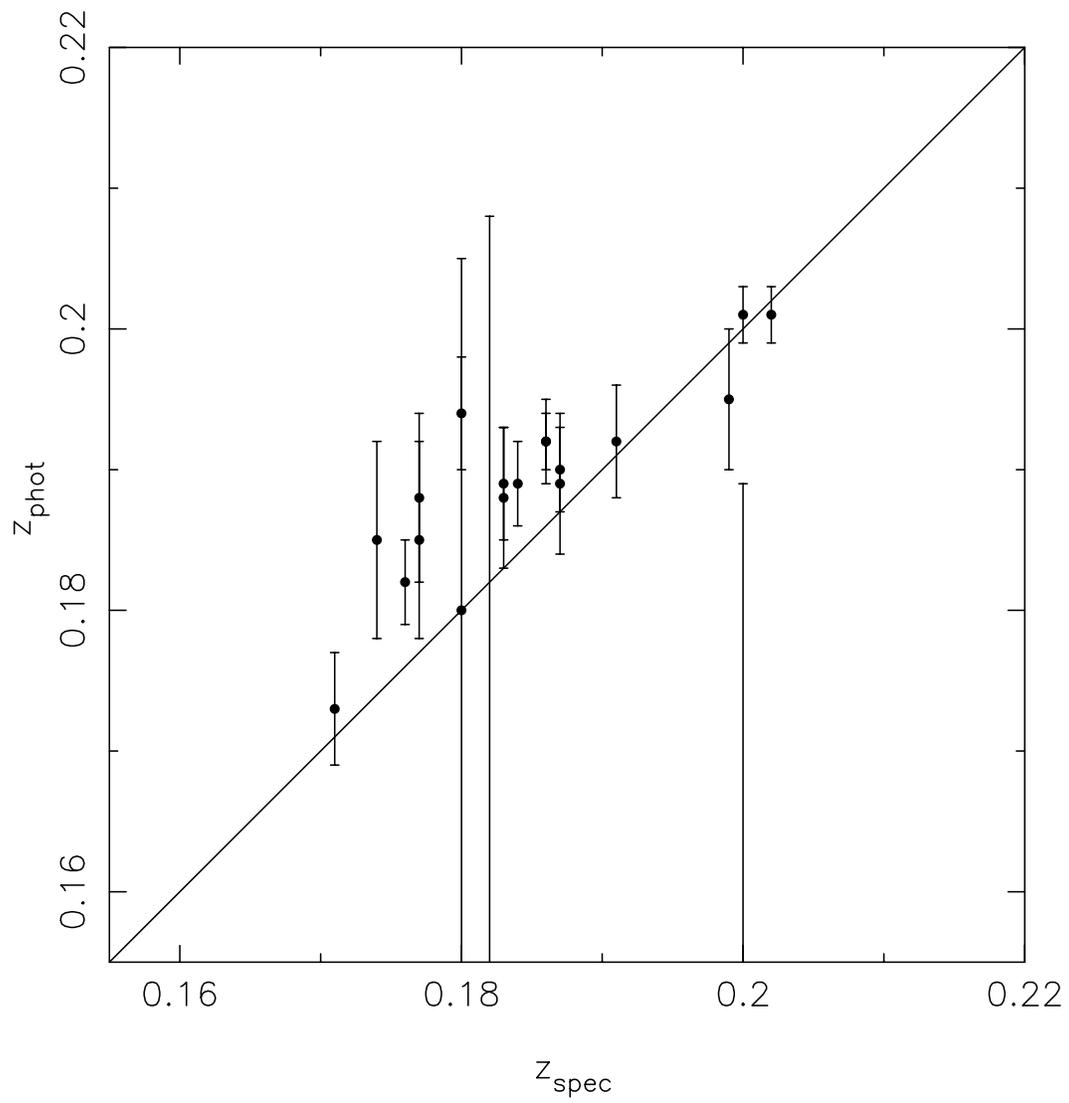


Figure 28: Comparaison entre des z déterminés spectroscopiquement (z_{spec}) et leur valeur déterminée par la méthode de l'article (z_{phot}), pour des galaxies situées dans le pic de la distribution de z correspondant à A1689.

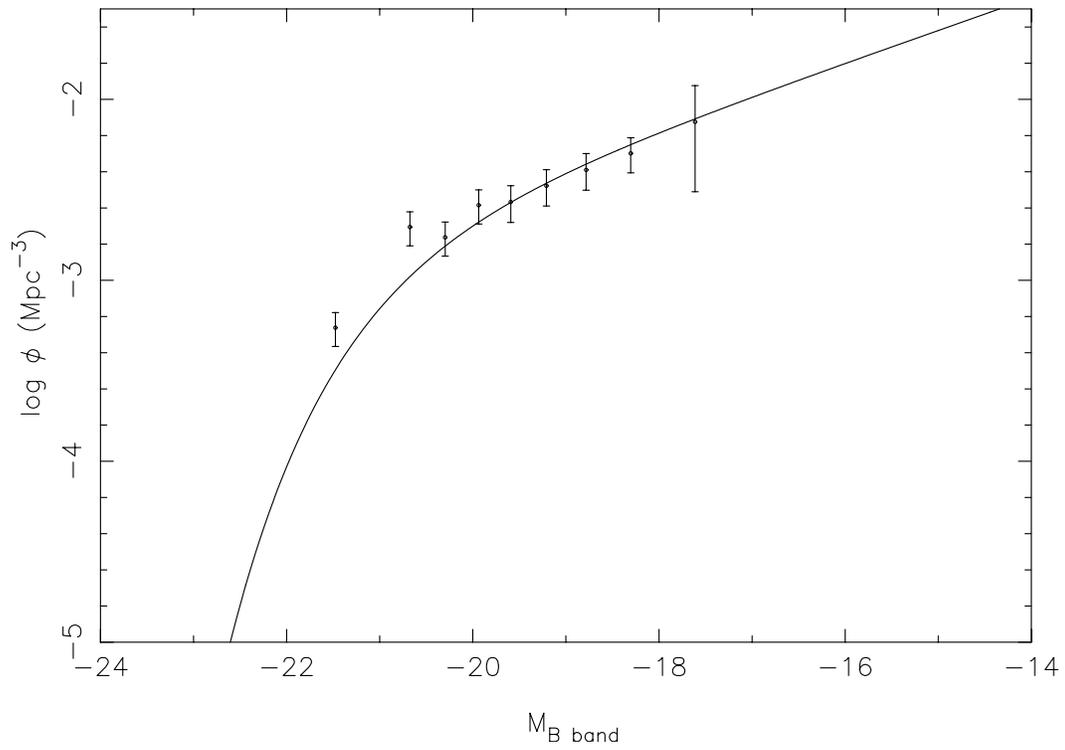


Figure 29: Analyse d'un fond décalé similaire à celui existant derrière A 1689: CADIS-B.

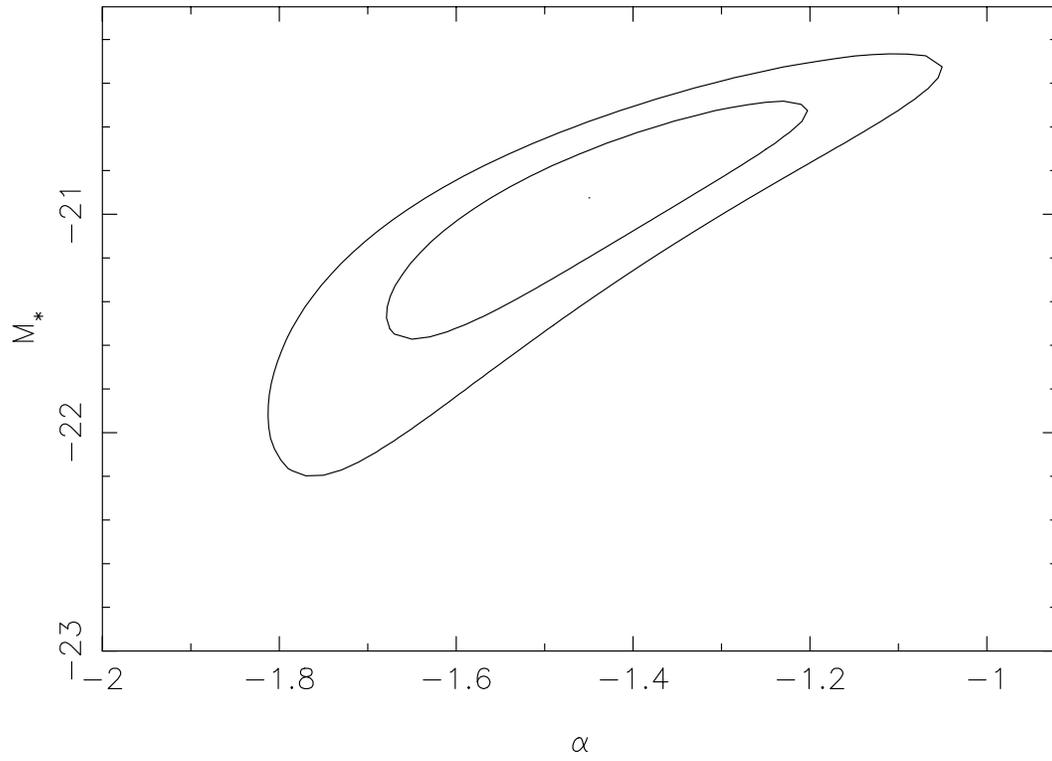


Figure 30: Contours à 1σ et 2σ de niveau de confiance, dans le plan des paramètres de la fonction de Schechter, pour l'ajustement des données de CADIS-B.

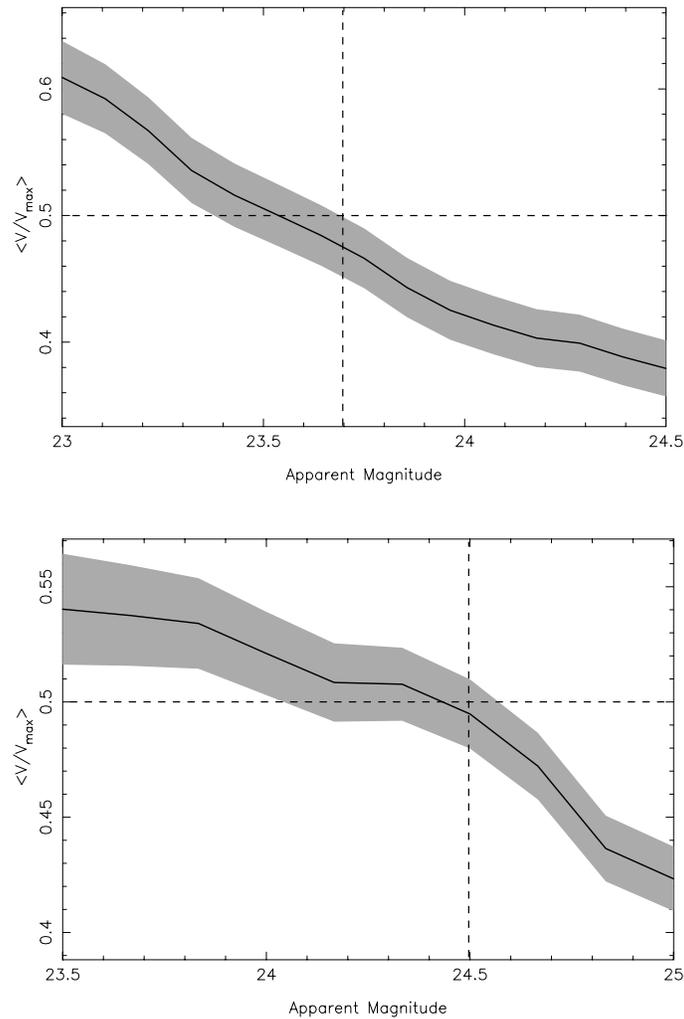


Figure 31: Un problème crucial est de pouvoir estimer correctement la limite de visibilité des galaxies de magnitude donnée.

Pour pouvoir pondérer correctement les estimateurs statistiques, il faut connaître V_{max} , le maximum du volume comobile de visibilité limité par l'angle solide observé, les limites supérieures et inférieures de z , et la coupure supérieure en magnitude.

Idéalement, on devrait avoir $\left\langle \frac{V}{V_{max}} \right\rangle = \frac{1}{2}$ où V est la partie de ce volume comobile limitée à la valeur réelle de z .

Selon les coupures en magnitude B faites dans le champ d'A 1689 (haut) et dans celui de CADIS-B (bas), on a les fractions $\langle V/V_{max} \rangle$ indiquées, avec les erreurs estimées.

Les valeurs 23.7, *resp.* 24.5 correspondent à des valeurs non-biaisées du seuil de visibilité, corroborées par comparaison avec des sondages plus profonds.

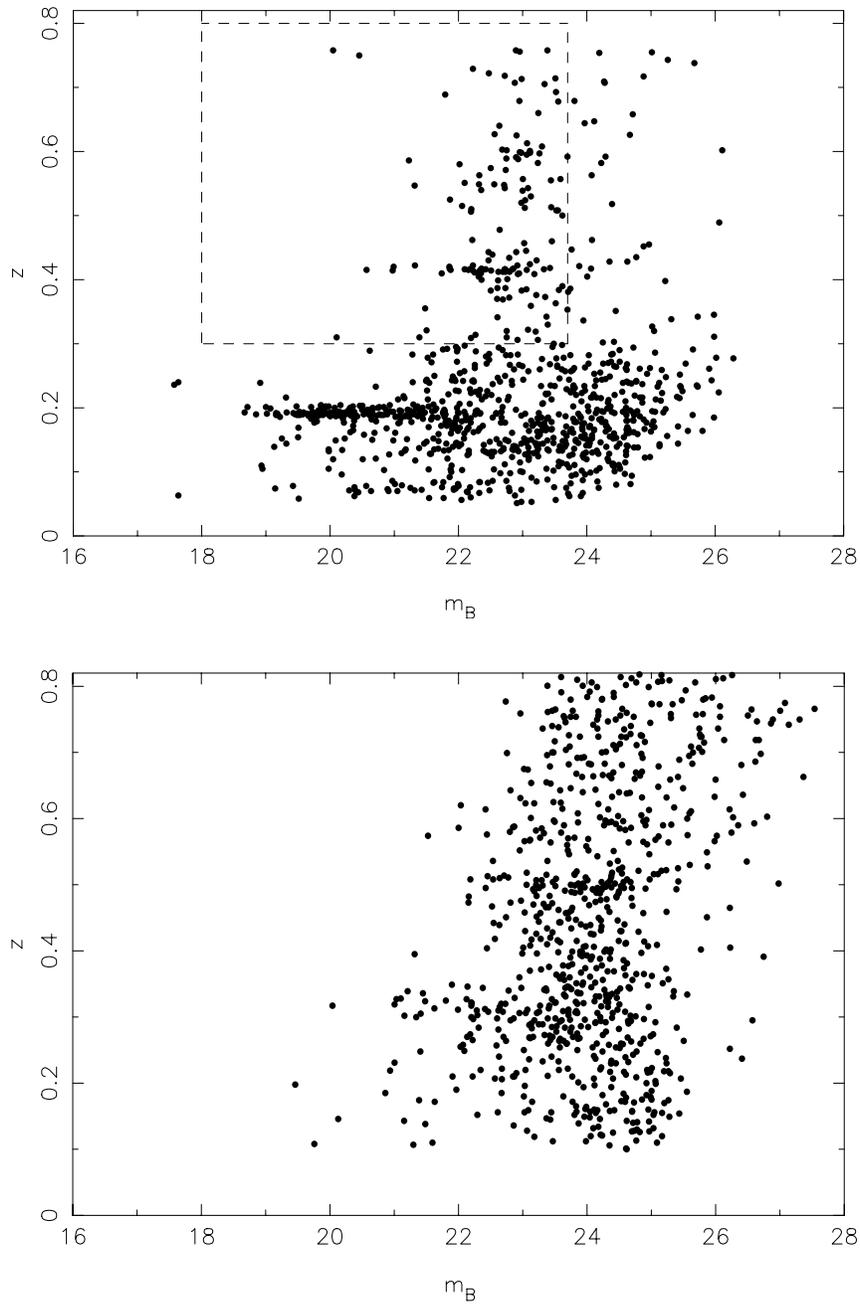


Figure 32: Diagramme $z - m_B$ pour Abell 1689 (haut) (le champ encadré représente les galaxies de fond retenues) et CADIS - champ N° 16 (bas)

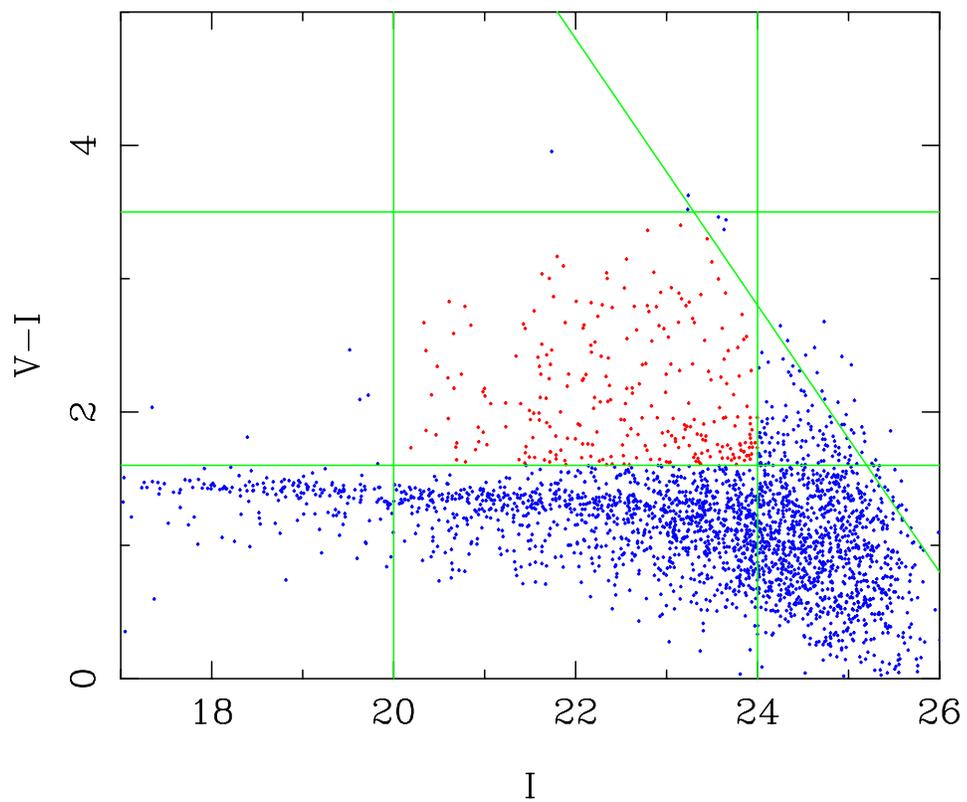


Figure 33: Diagramme couleur-magnitude dans la région d'Abell 1689. On suppose que les galaxies de fond sont données par $20 < I < 24$, $1,6 < V - I < 3,5$ et $V < 26,8$.

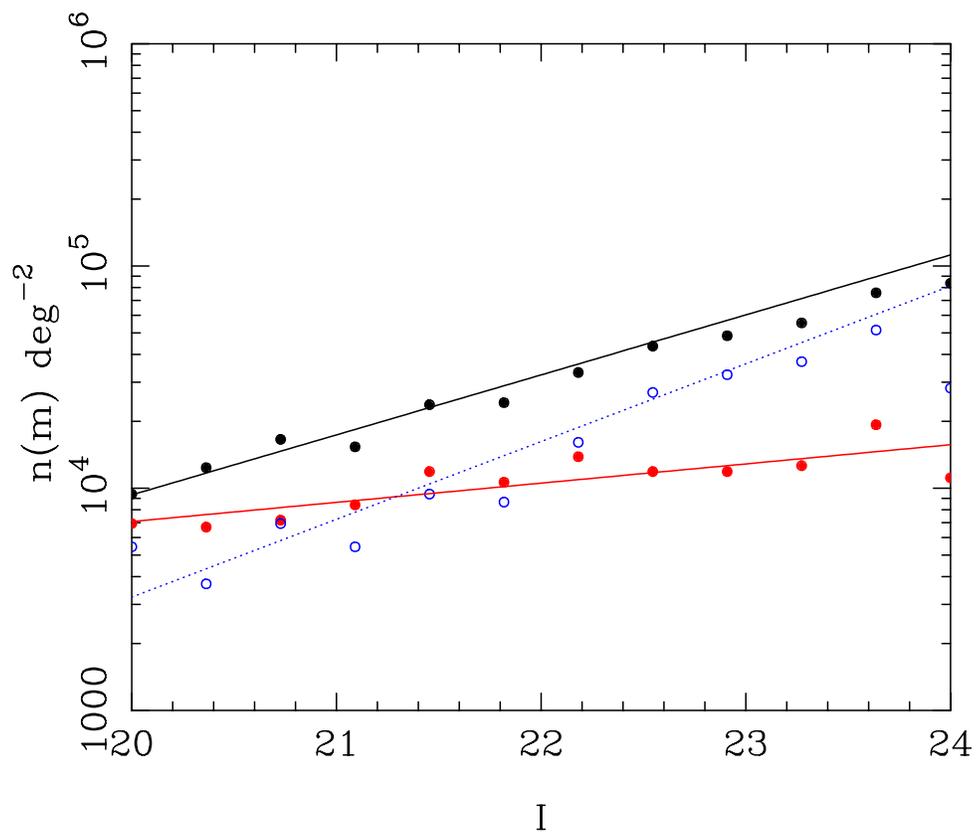


Figure 34: Distribution en magnitudes : Toutes les galaxies
galaxies choisies comme fond - points pleins
galaxies « bleues » restant dans les coupures - points vides

"	R $h^{-1}\text{Mpc}$	M_{2d} $10^{15} h^{-1} M_{\odot}$
65	0,13	$0,16 \pm 0,09$
130	0,25	$0,48 \pm 0,16$
195	0,38	$1,03 \pm 0,27$

Masse projetée cumulée

m_{max}	M_*	α	κ_{∞} (iso)	κ_{∞} (parab)	κ_{∞} (feuille)
25.5	-20.57	-0,8	$0,61^{+0,03}_{-0,04}$	$0,69^{+0,04}_{-0,06}$	$0,76^{+0,07}_{-0,08}$
25	-20.76	-1,1	$0,65^{+0,04}_{-0,4}$	$0,77^{+0,06}_{-0,06}$	$0,84^{+0,08}_{-0,09}$
24.5	-20.94	-1,45	$0,70^{+0,06}_{-0,04}$	$0,85^{+0,08}_{-0,08}$	$0,96^{+0,10}_{-0,10}$
24	-21.49	-1,87	$0,74^{+0,03}_{-0,04}$	$0,91^{+0,13}_{-0,12}$	$1,08^{+0,16}_{-0,17}$
23.5	-20.75	-1,53	$0,75^{+0,04}_{-0,04}$	$0,90^{+0,06}_{-0,07}$	$1,10^{+0,10}_{-0,09}$

Effets des diverses hypothèses :

Paramètres de Schechter optimaux pour divers m_{max}

Effets de l'hypothèse sur γ retenue.

m_{max}	κ_{∞} (iso)	κ_{∞} (parab)	κ_{∞} (feuille)
24,5	$0,77^{+0,03}_{-0,03}$	$1,03^{+0,11}_{-0,11}$	$1,30^{+0,15}_{-0,13}$
24,0	$0,76^{+0,04}_{-0,04}$	$0,94^{+0,10}_{-0,10}$	$1,12^{+0,13}_{-0,12}$
23,5	$0,69^{+0,06}_{-0,07}$	$0,79^{+0,10}_{-0,11}$	$0,92^{+0,13}_{-0,12}$

Variation des paramètres κ_{∞}
selon les limites de visibilité choisies

Noter que l'abondance des galaxies détectées au-dessus d'un seuil de magnitude dépend du facteur d'amplification A et de la forme de leur abondance en fonction de leur luminosité. Si $n(L) \sim L^{-\beta}$, alors leur nombre vu sans amplification au-dessus d'une coupure à ℓ est $\sim \ell^{1-\beta}$, et avec une amplification A , est proportionnel à $(\ell/A)^{1-\beta} \sim A^{\beta-1}$. C'est une raison de négliger les galaxies bleues, qui ont un β plus grand, voisin de 1 (0,88) et peuvent donc appartenir à un arrière-fond. (de astro-ph/9801158) On distingue nettement le pic de l'amas Abell 1689 à $z \simeq 0,18$. Le pic

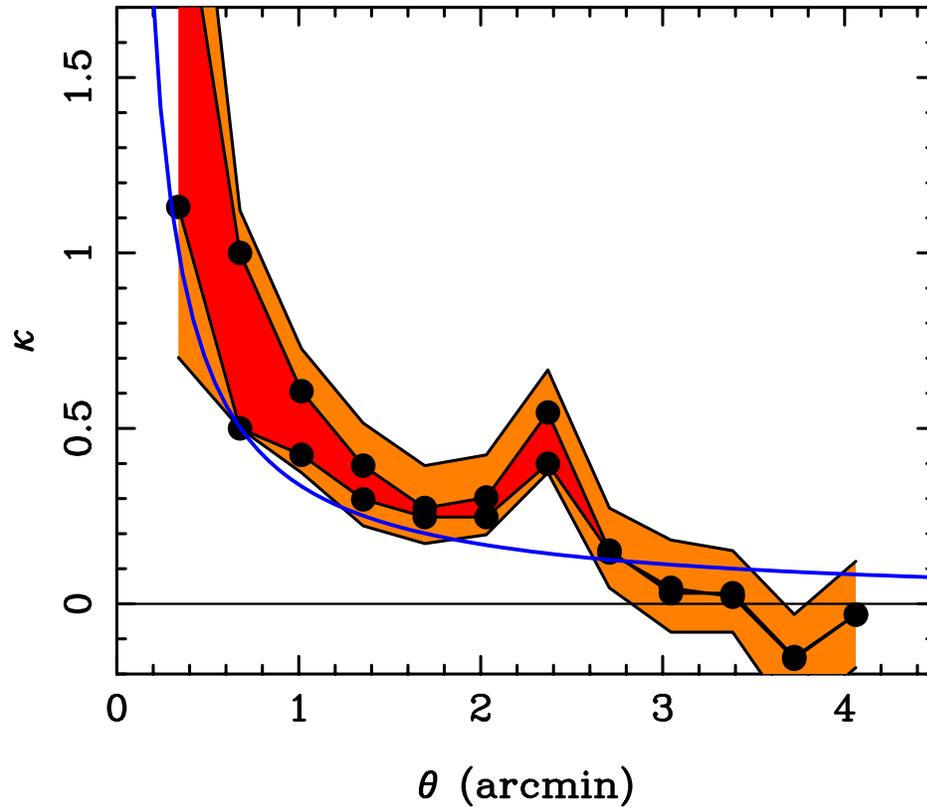


Figure 35: Profil radial de la densité de surface de l'amas Abell 1689.
En foncé : incertitude due aux estimateurs d'inversion.
En clair, erreurs statistiques (bruit de grenaille et corrélations du fond).
 La **courbe continue** représente un profil isotherme singulier, normalisé à la caustique à $0,75'$.

à $z \simeq 0,4$ correspond probablement à un amas réel, les possibilités d'artefact connues ayant été éliminées, notamment par une simulation Monte-Carlo. Une estimation éliminant ces galaxies n'est pas modifiée plus que par l'accroissement de l'erreur statistique. L'histogramme est coupé à $z = 0,8$ afin que le rayonnement émis à $\lambda = 400 \text{ nm}$ soit reçu par les deux premiers filtres. (de astro-ph/0002011) (astro-ph/9611107)

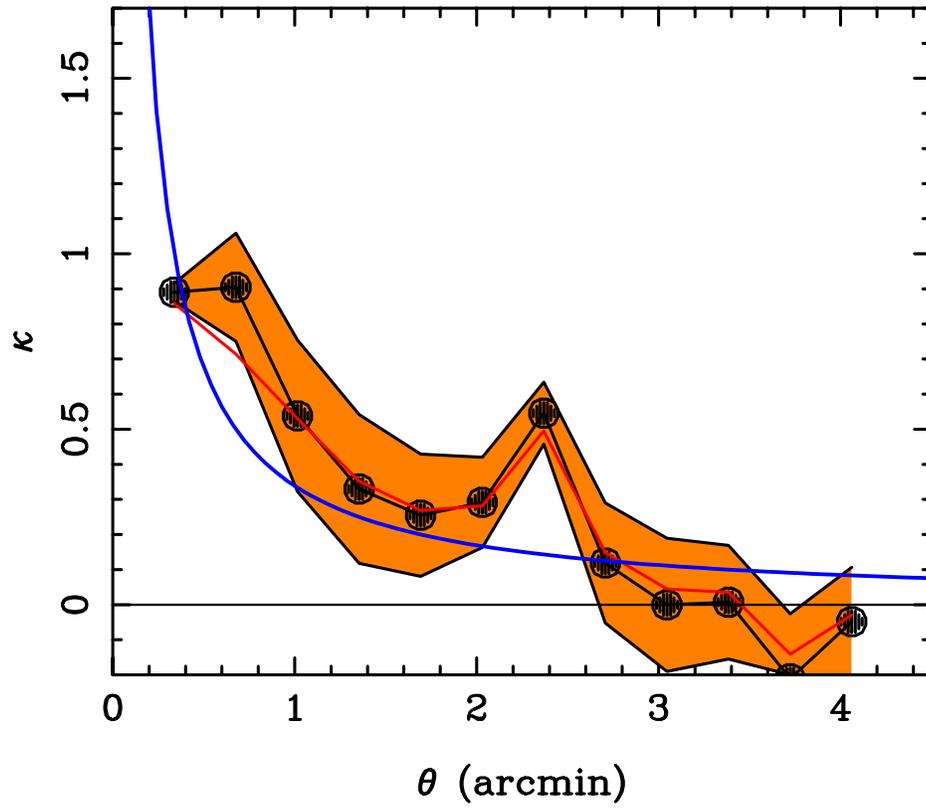


Figure 36: Profil radial de la densité de surface d'Abell 1689, calculé sur une hypothèse de symétrie circulaire.

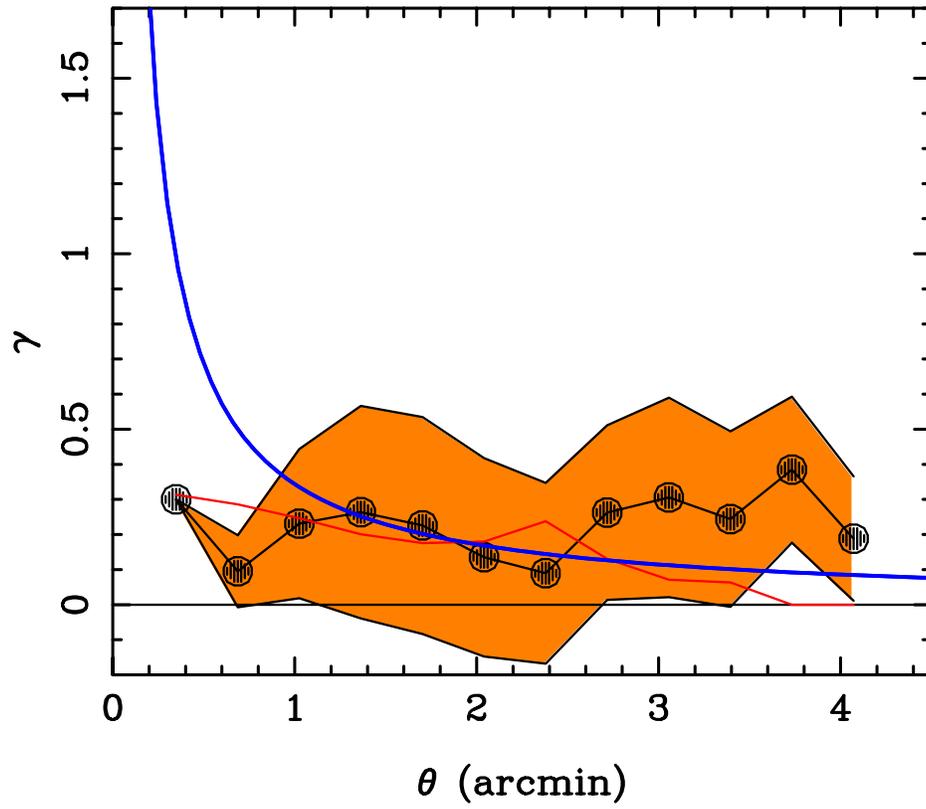


Figure 37: Profil radial de l'élongation tangentielle dans un calcul basé sur l'hypothèse de symétrie circulaire.

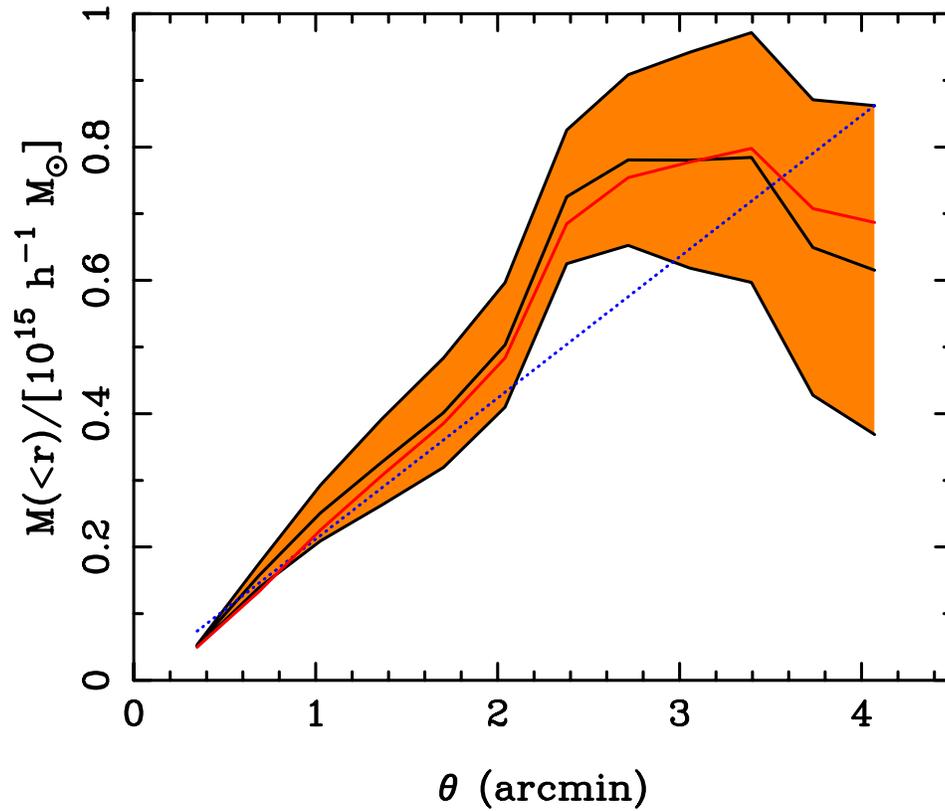


Figure 38: Profil de la masse cumulée, estimée dans l'hypothèse de symétrie circulaire(erreurs).
 Estimation de la somme de la meilleure approximation κ_c locale.
 Estimation sur un ajustement isotherme reproduisant le rayon de l'arc central

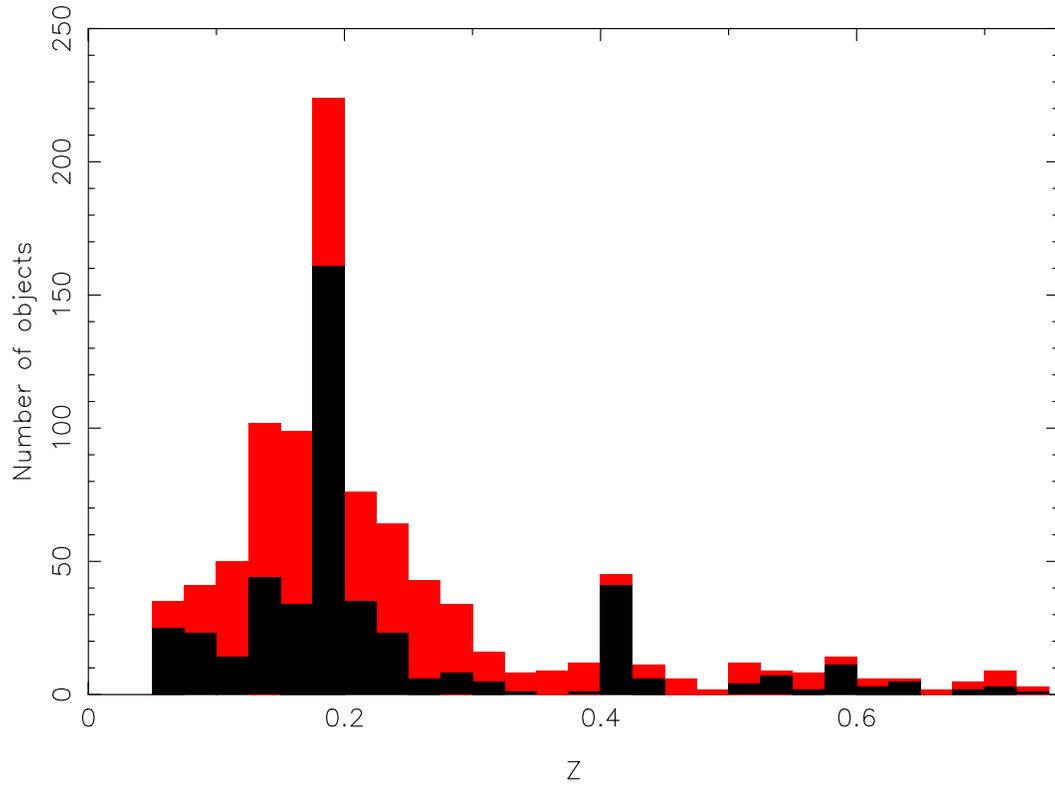


Figure 39: Distribution des z des 958 galaxies du champ. En noir, les 470 z d'écart-type inférieur à 0,05, en rouge, les autres galaxies.

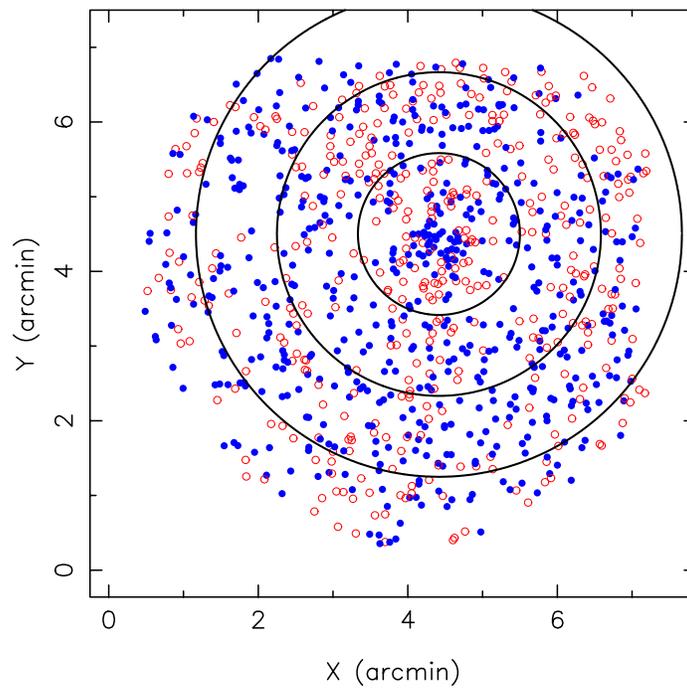
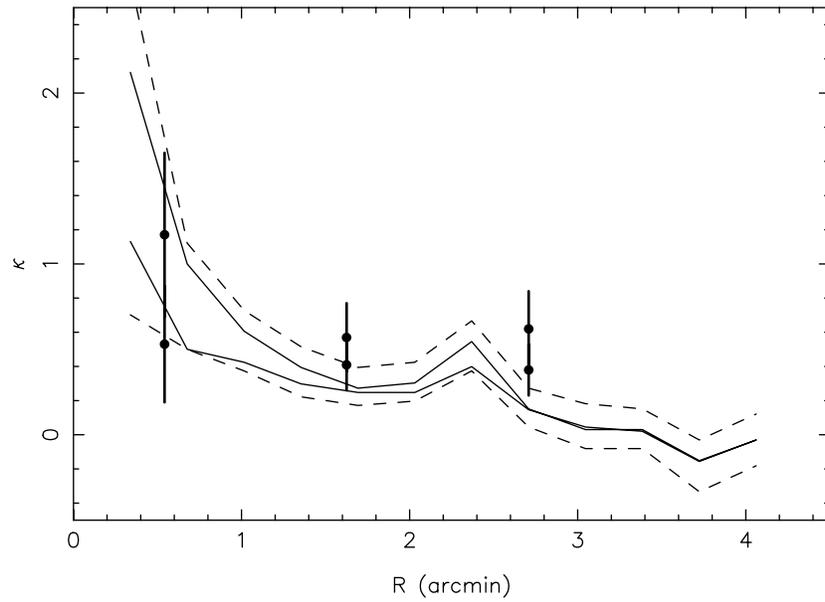


Figure 40:

Comparaison de profils radiaux pour κ .

En haut, les points obtenus dans les deux hypothèses extrêmes $\gamma = \kappa$ (min.)
et $\gamma = 0$ (max.).

Les lignes continues indiquent les résultats obtenus par comptage, ainsi que
les erreurs (tirets).

En bas, limites de l'histogramme annulaire et sélection des galaxies:

en bleu $z < 0,2$ – points pleins

en rouge, $z > 0,2$ – points creux

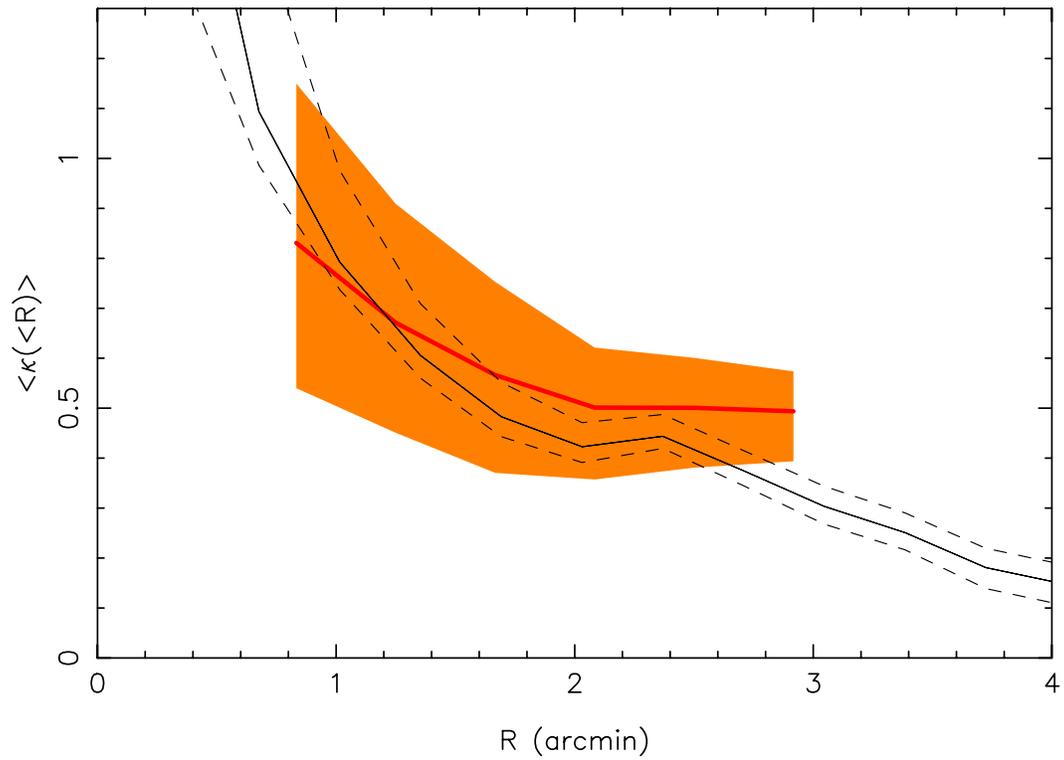


Figure 41: Variation de la **densité moyenne à l'intérieur d'un rayon donné** avec **les écarts-types**. En noir, mêmes résultats dans l'hypothèse parabolique du travail précédent.

$$\Omega_0=1, \Lambda=0, n=-1$$

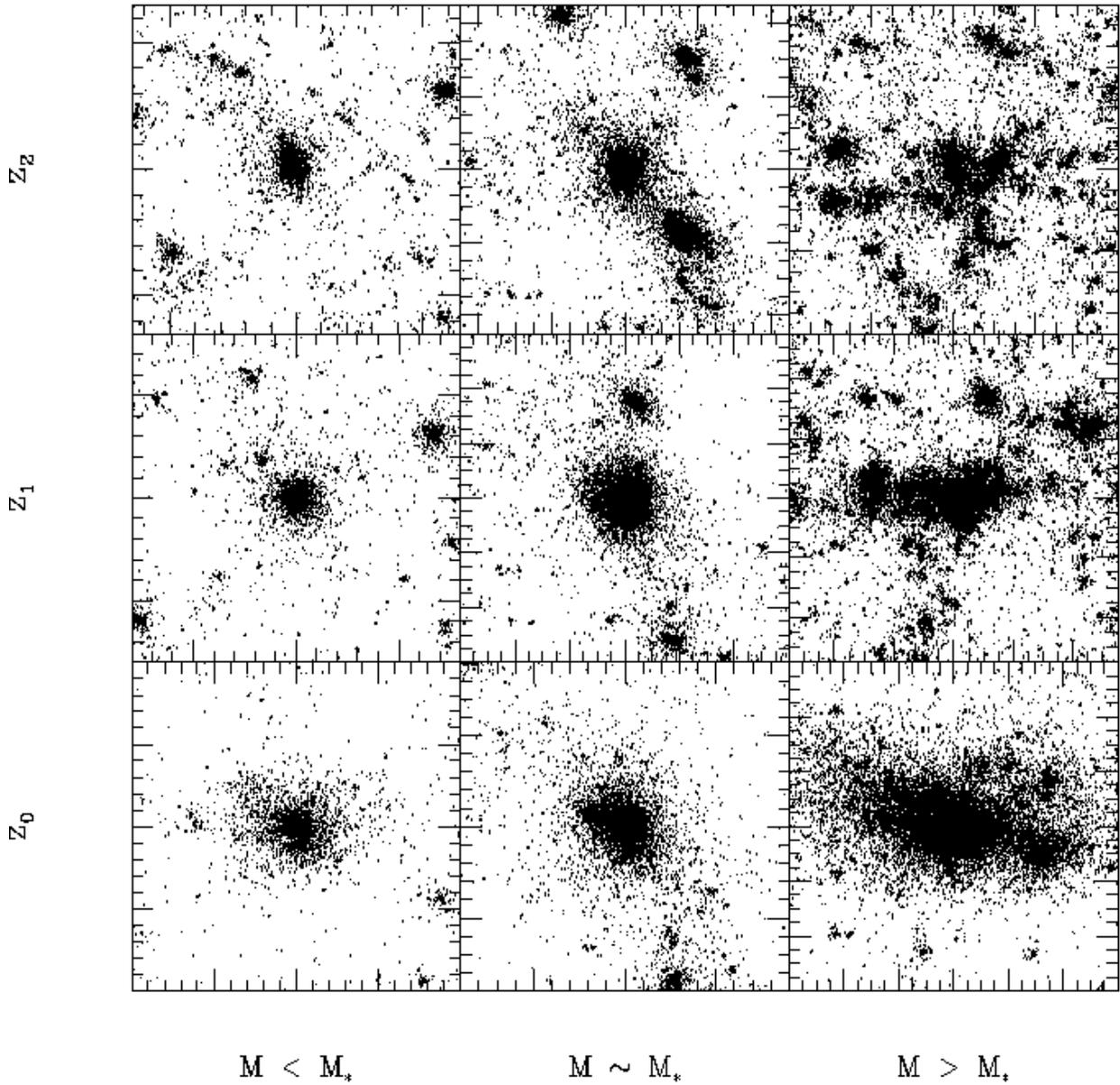


Figure 42: Simulations d'évolution d'amas. Le temps s'écoule vers le bas. La masse croît vers la droite.

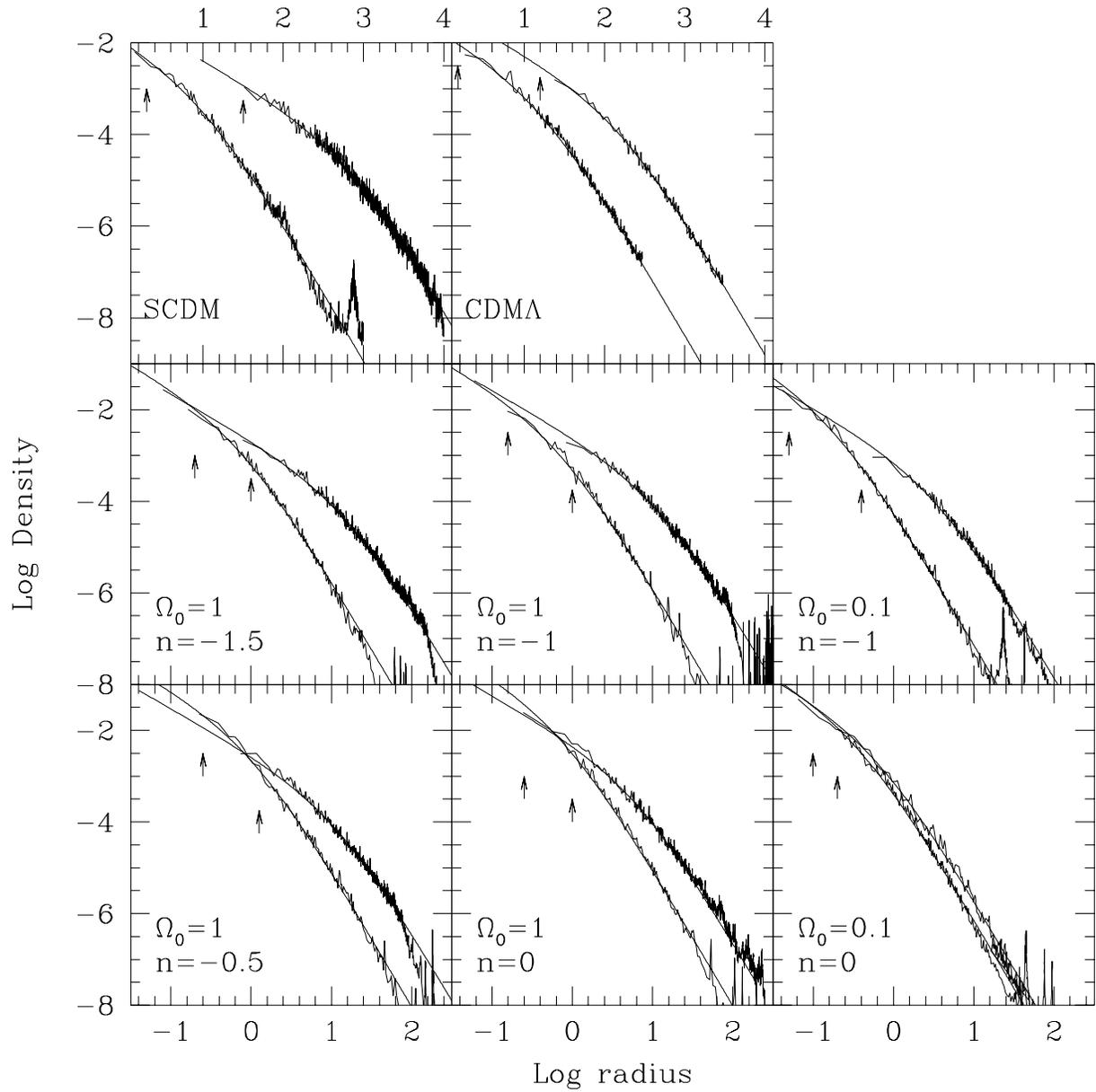


Figure 43: Comparaison des profils radiaux en densité de deux amas extrêmes dans diverses cosmologies.

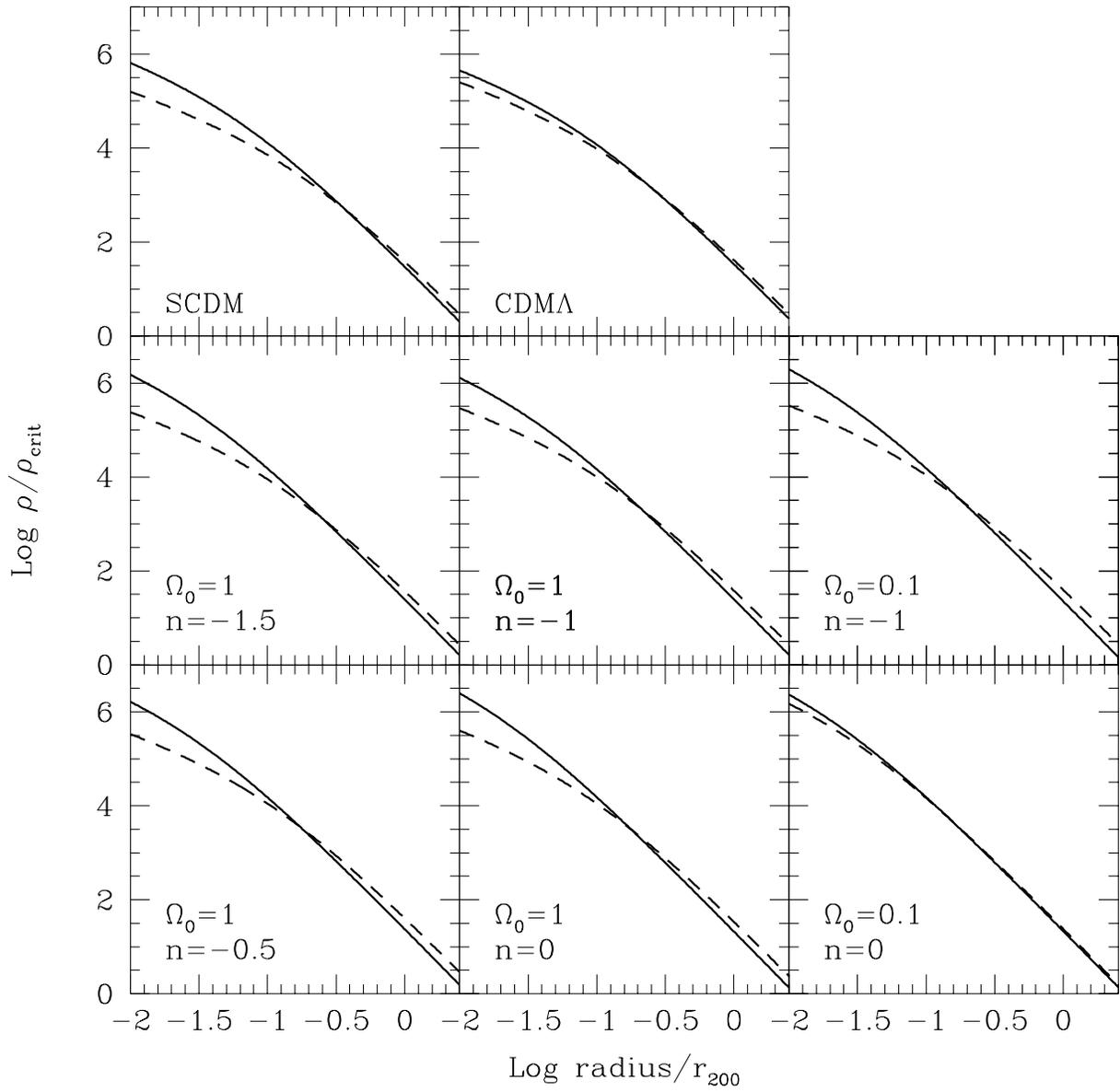


Figure 44: Les mêmes profils, renormalisés à r_{200} et à ρ_{crit}

1.18 Profil quasiment universel en densité

(Navarro, Frenk & White, 1996)

$$\frac{\rho}{\rho_{crit}} = \frac{\delta_c}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2}$$

$$\rho_{crit} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \rho_{\Omega=1}$$

δ_c est un paramètre de concentration. Les expériences numériques montrent que δ_c croît comme $(1 + z_{coll})^3$ où z_{coll} est la valeur de z où la moitié de la masse était déjà agglomérée dans les fragments

1.19 Etude théorique du spectre des amas

(U. Seljak, astro-ph/0001493)

Une généralisation usuelle de la forme de la densité des amas est

$$\rho(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)^{-\alpha}(1 + r/r_s)^{3+\alpha}}$$

qui permet de moduler l'accroissement de densité au voisinage de $r = 0$, notamment pour de petits halos, plus pointus ($\alpha \sim -1, 5$).

La forme générale de la fonction de corrélation de la densité des amas est donnée par la convolution de 3 termes:

– d'une part, la répartition des halos dans l'Univers, qui peut être considérée comme indépendante de leur processus d'effondrement, et qui par suite se comporte comme une corrélation Poissonienne, due aux aléas des causes initiales de l'effondrement des amas.

– d'autre part, la répartition de la matière dans chaque amas corrélé, qui est donnée par le processus d'effondrement, et qui peut être simulée par la formule ci-dessus.

Si l'on passe à la transformée de Fourier, ceci se traduira simplement par une multiplication des trois termes, c'est à dire à une pure addition des logarithmes.

Il est difficile de donner des résultats précis sur le spectre des galaxies, compte tenu de l'ignorance où nous sommes des processus de formation de galaxies au sein des amas. Il semble par exemple qu'il y ait au centre de chaque amas une galaxie dominante, qui biaise la statistique au sein du halo. On peut néanmoins se donner une idée des propriétés statistiques des galaxies, ou tout au moins de leurs deux premiers moments $\langle N \rangle$ et $\langle N(N - 1) \rangle$, en se limitant à des galaxies lumineuses ($B < 19.5$). On trouve que le rendement de fabrication des galaxies décroît avec M , et que ces galaxies sont plus jeunes (voir sélection $B - V > 0.8$). Ceci parce que les gros amas restent plus chauds plus longtemps, et empêchent le gaz de se condenser en galaxies.

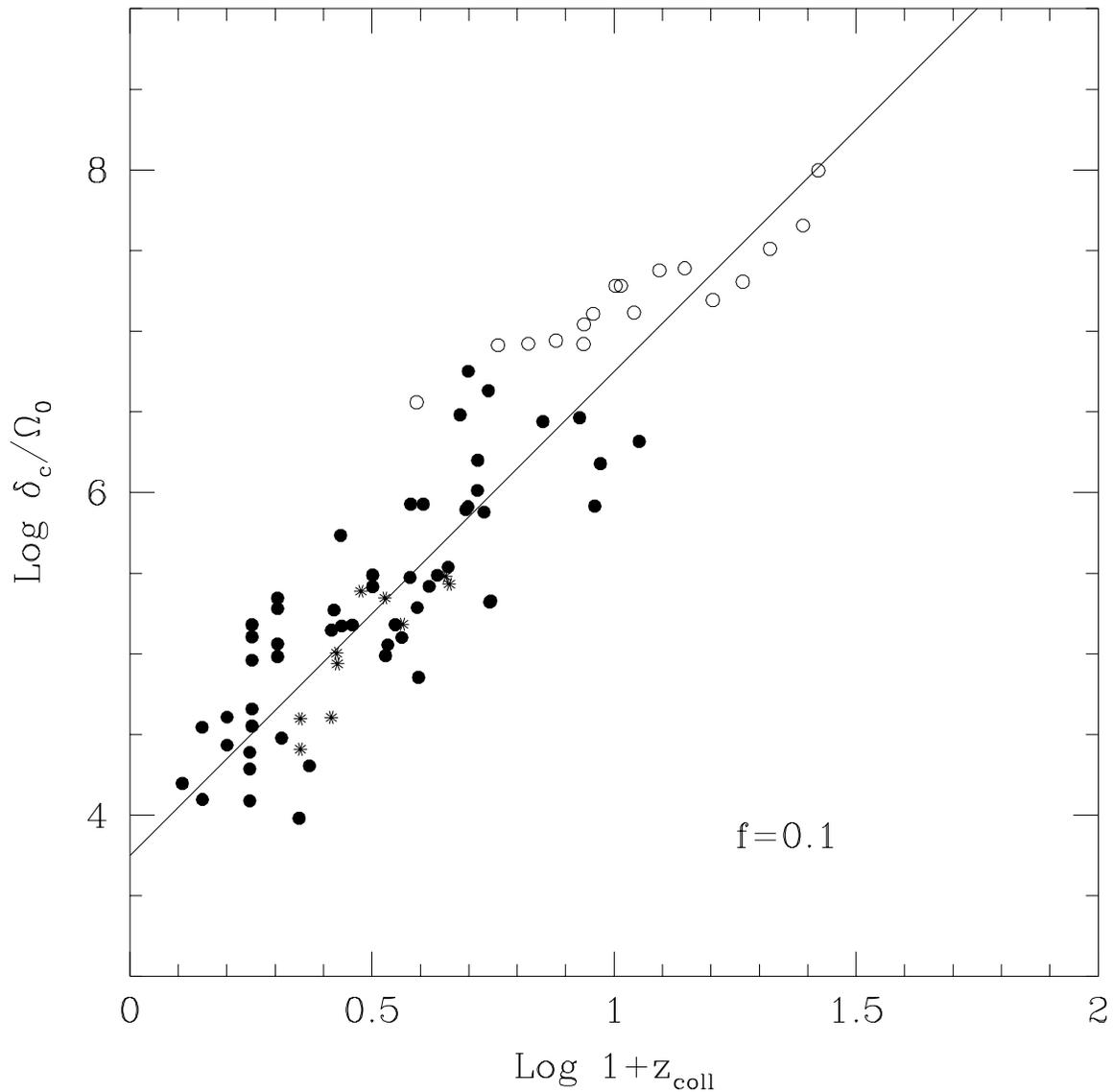


Figure 45: Evolution du paramètre de condensation δ_c en fonction de l'âge de condensation de l'amas, dans plusieurs hypothèses cosmologiques :

- \bullet : Univers standard $\Omega_0 = 1$
- \circ : Univers ouvert $\Omega_0 = 0, 1$ et $\Lambda = 0$
- $*$: CDM Λ : $\Omega_0 = 0, 25$ et $\Lambda = 0, 75$

La ligne droite représente la répartition « naturelle » $\delta_c \sim \Omega_0(1 + z_{\text{coll}})^3$ attendue si la densité caractéristique d'un halo correspond directement à la densité moyenne de l'univers au moment de l'effondrement.

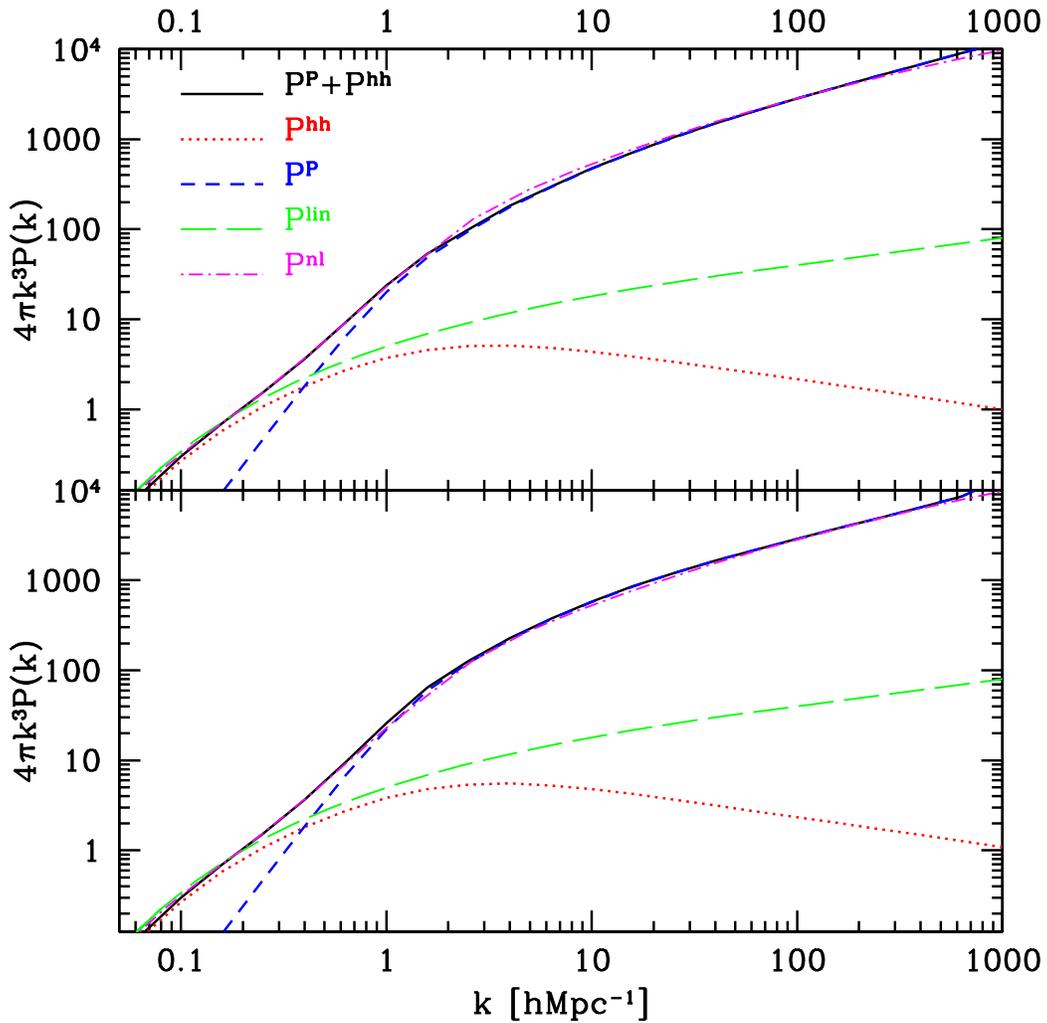


Figure 46: Comparaison entre le modèle et des résultats précédents, dans le cas du Λ CDM:

en tirets courts: contribution des termes de Poisson

en pointillé: contribution de la corrélation halo-halo (longue portée)

en trait plein: la résultante de ces termes.

Pour comparaison, en tirets longs, spectre de perturbations linéaires

en tirets mixtes, spectre de simulation non-linéaire (Peacock et Dodds)

En haut, $\alpha = -1, 5$, en bas $\alpha = -1$

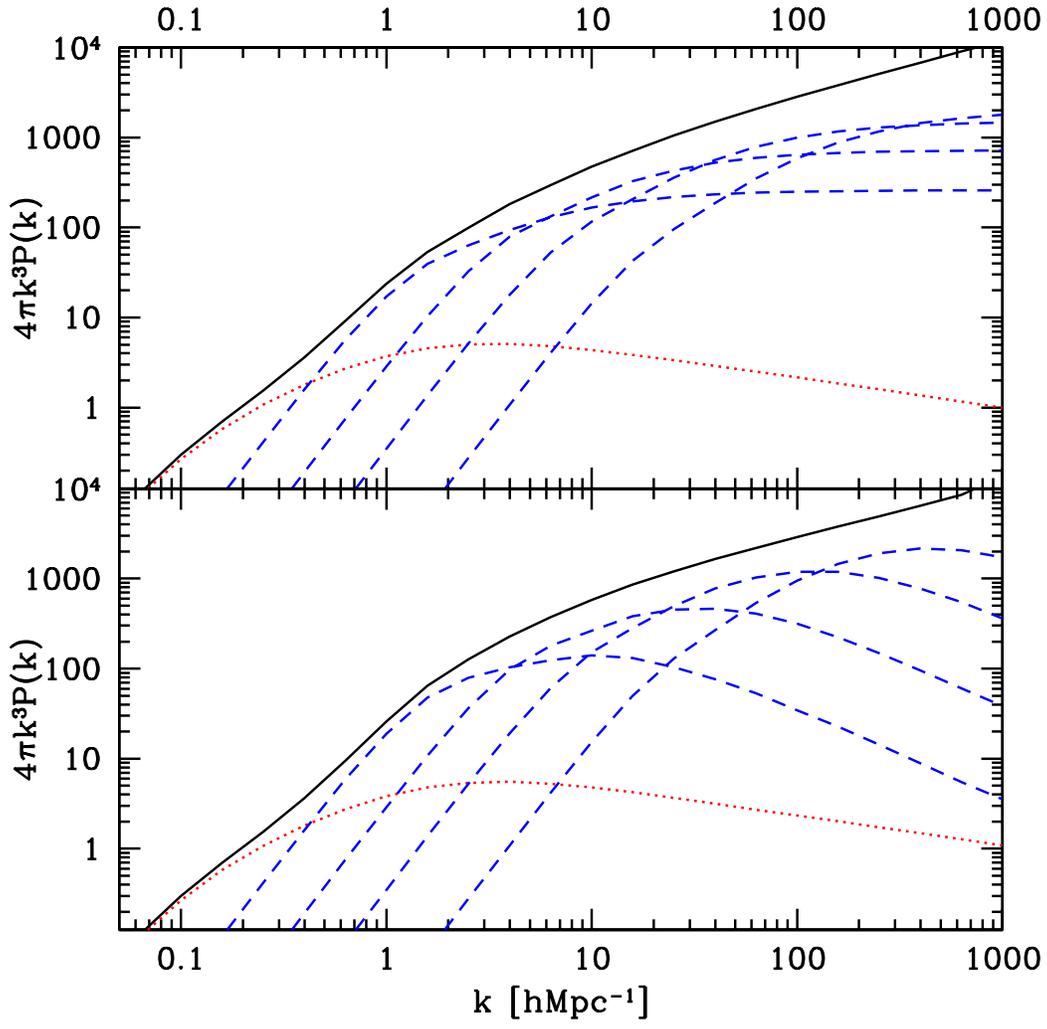


Figure 47: Décomposition du spectre de Poisson en fonction des masses de halos: de gauche à droite, séparées à $10^{14}h^{-1}M_{\odot}$, $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$, $10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ et $10^{11}h^{-1}M_{\odot}$. Il est notable que les comportements généraux soient très semblables, malgré une forte différence des comportements des spectres à masse donnée.

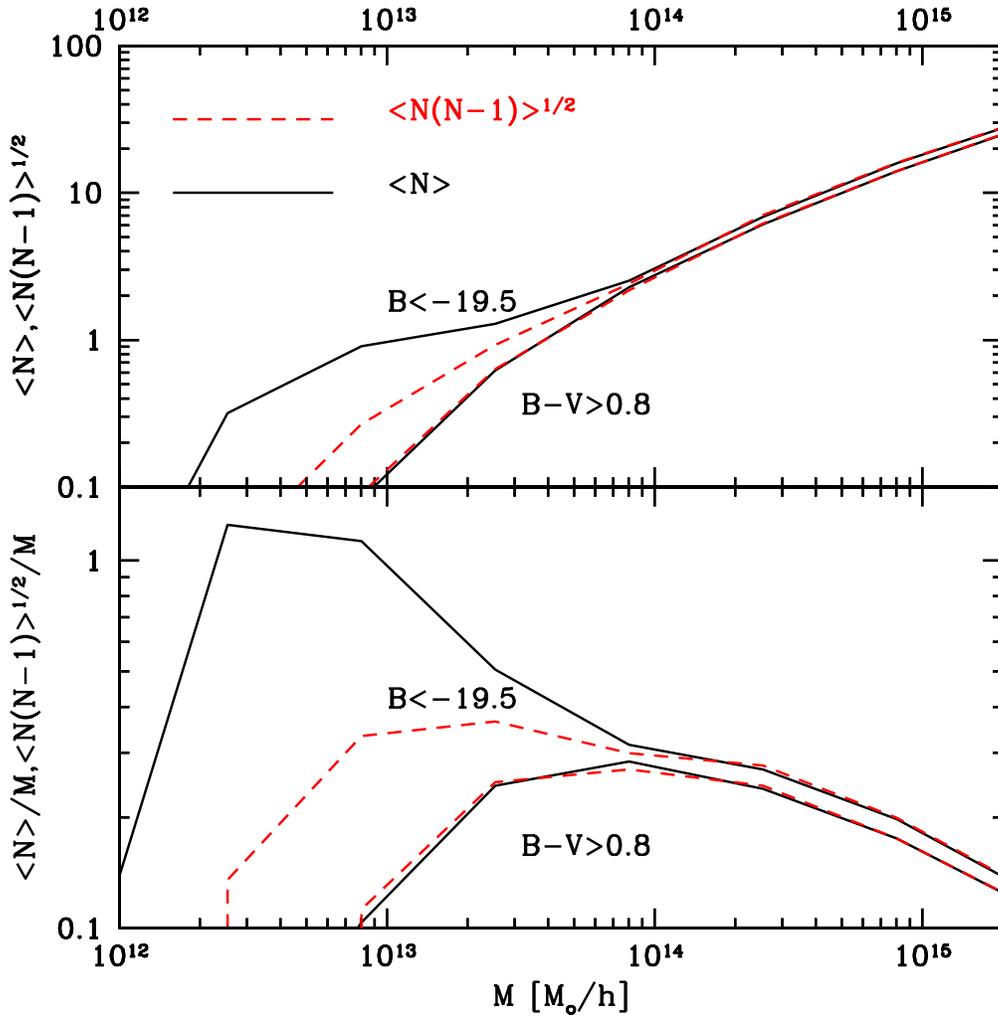


Figure 48: Spectre des galaxies.

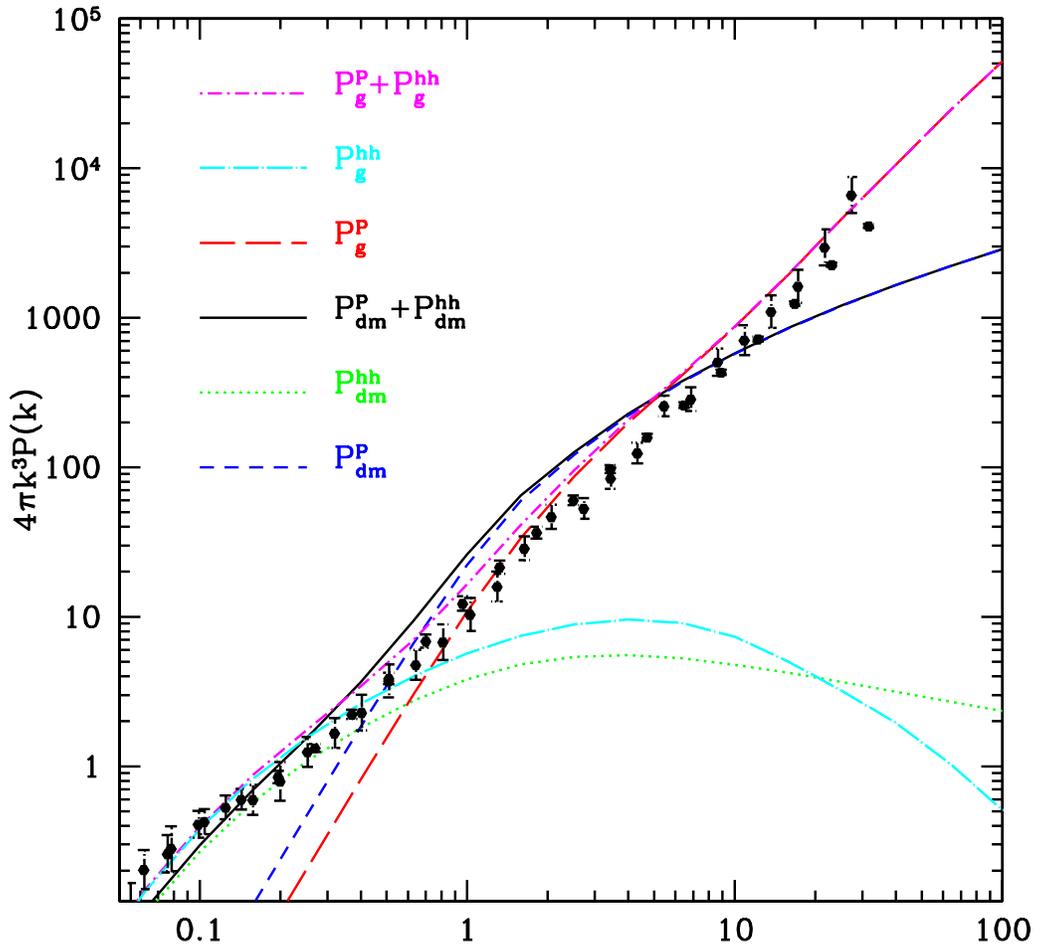


Figure 49: Comparaison entre les spectres de galaxies, les mesures ($B < -19, 5$), et les spectres de matière noire. On note que le comportement pratiquement en puissance pure du spectre des galaxies résulte d'un ensemble complexe de compensations.

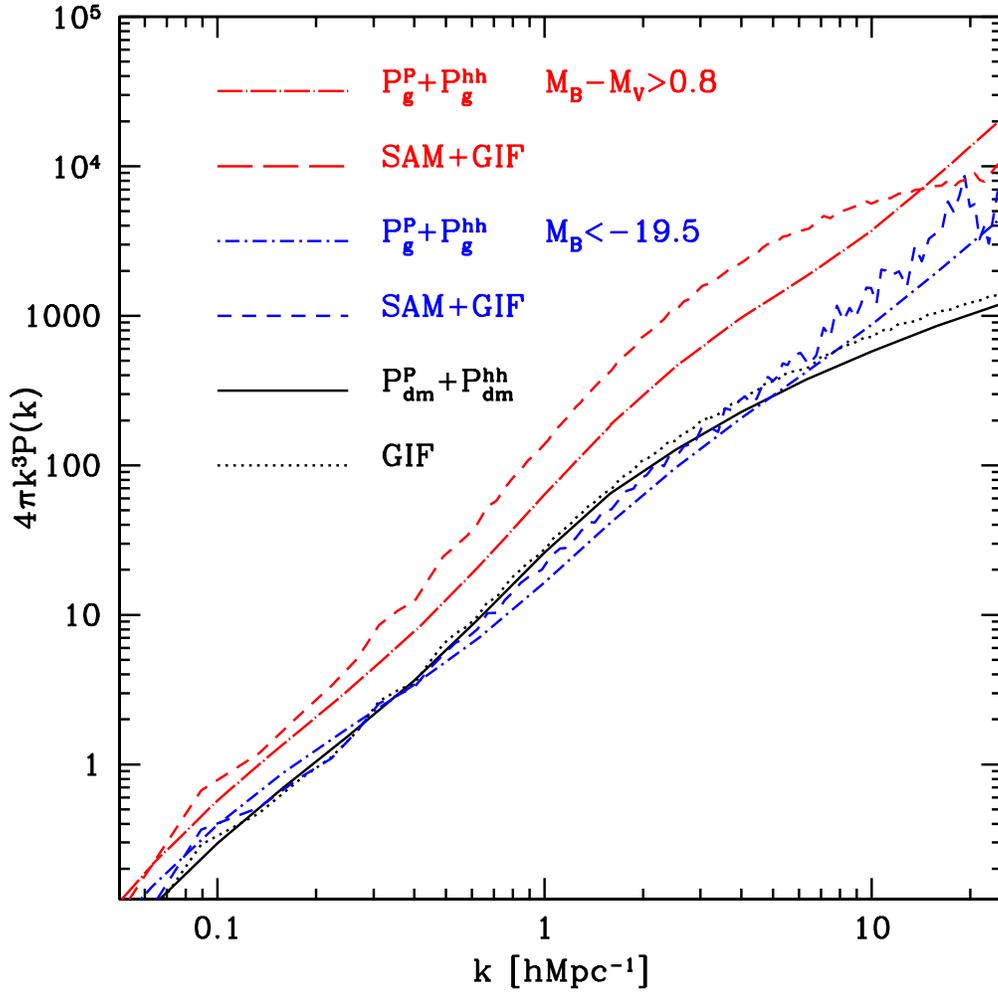


Figure 50: Comparaison entre le présent modèle et les résultats de modèles semi-analytiques (SAM), ou des modèles numériques de Jenkins et al. (GIF)

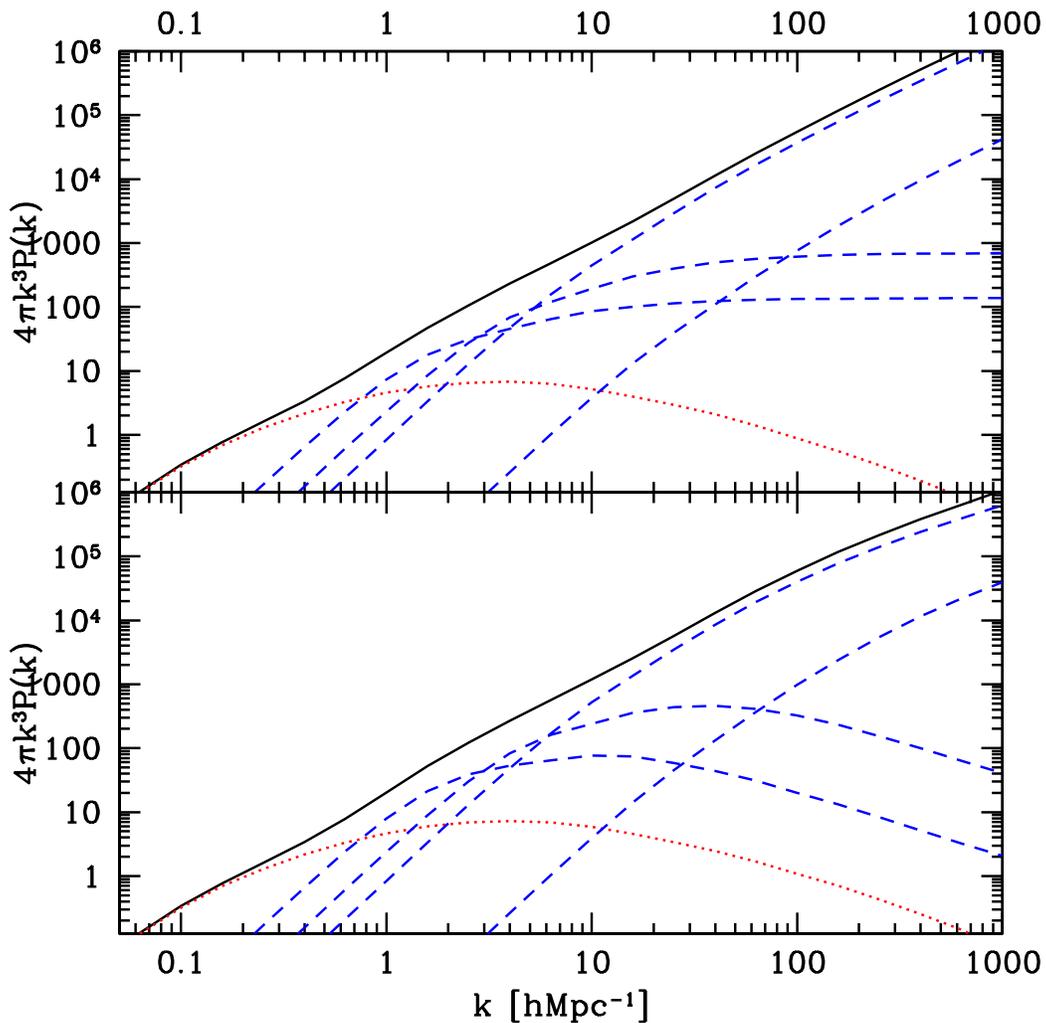


Figure 51: Spectre de corrélation entre halos et galaxies. Contribution des diverses masses de halos:

En pointillé, le terme de corrélation halo-halo,
en tirets, contributions des tranches $> 10^{14} > 10^{13} > 10^{12} > 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$.

On note ici encore la régularité d'un résultat dû à une somme de contributions de formes diverses.

En haut $\alpha = -1,5$, en bas $\alpha = -1$.

1.20 Les trous noirs: Eléments de théorie

La solution stationnaire, euclidienne à grande distance, et de symétrie sphérique des équations d'Einstein a été donnée par Schwarzschild:

$$ds^2 = (1 - 2m/r)^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2 - (1 - 2m/r) dt^2$$

Elle semble avoir une singularité à $r = 2m$, mais ce n'est en fait qu'une conséquence d'un choix inapproprié du système de coordonnées. D'ailleurs tous les invariants de courbure de l'espace sont finis en ce point.

Kruskal a suggéré pour régulariser les coordonnées, de rechercher un système dans lequel les rayons lumineux radiaux sont rectilignes.

$$(1 - 2m/r)^{-1} dr^2 - (1 - 2m/r) dt^2 = f^2(r) (du^2 - dv^2)$$

$$u = \sqrt{r/2m - 1} \exp(r/4m) \cosh(t/4m)$$

$$v = \sqrt{r/2m - 1} \exp(r/4m) \sinh(t/4m)$$

$$(r/2m - 1) \exp(r/2m) = u^2 - v^2 ; t/4m = \operatorname{atanh}(v/u)$$

C'est une correspondance qui n'est pas biunivoque: à tout couple (r, t) correspondent 2 couples (u, v) opposés. L'interprétation physique de ce fait est loin d'être claire. En ce qui concerne les systèmes physiques auxquels on aura affaire, cette solution n'est pas correcte. Elle n'est pas une solution au problème intérieur du système en effondrement, en train de constituer un trou noir. Pour un observateur extérieur, elle ne s'applique qu'asymptotiquement à $t \rightarrow \infty$, où la matière disparaît exponentiellement dans le *rayon de Schwarzschild* ou *horizon*. Pour la matière en voie d'être absorbée dans le trou noir, il se passe un temps fini ($\sim m/c$) avant de tomber sur la véritable singularité à $r = 0$, où les invariants de courbure tendent vers l'infini.

(Cf. M.D. Kruskal, Phys. Rev. **119** (60) 1743)

1.21 Le trou noir en rotation

La solution pour un trou noir en rotation est sensiblement plus complexe.

Une forme qui coïncide avec la métrique pseudo-euclidienne à grande distance du trou noir est la suivante (Kerr):

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - dt^2 + \frac{2mr^3}{r^4 + a^2 z^2} k^2$$

où k est une forme différentielle donnée par :

$$r(r^2 + a^2)k = r^2(xdx + ydy) + ar(xdy - ydx) + (r^2 + a^2)(zdz + rdt)$$

avec la fonction r définie par

$$r^4 - (x^2 + y^2 + z^2 - a^2)r^2 - a^2 z^2 = 0$$

ma est le moment cinétique du trou noir, supposé aligné sur l'axe z .

On peut voir que $r^2 \sim x^2 + y^2 + z^2$ à grande distance, ce qui fait que bien que k ne décroisse pas, le coefficient de k^2 dans le ds^2 décroît en $1/r$, et on tend bien vers une géométrie

euclidienne.

La présence du terme impair en a dans la forme k indique que les cônes de lumière au voisinage du trou de Kerr sont inclinés dans la direction φ . La géométrie du trou de Kerr est donc assez difficile à imaginer.

(Cf. R.P. Kerr, Phys. Rev. Lett. **11** (63) 237)

1.22 Les trous noirs: Eléments d'observation

Malgré la beauté de la théorie, et la généralité d'un théorème comme celui de Penrose (1965), qui démontre qu'un univers soumis à la relativité générale finit par développer des singularités du type de celle existant à $r = 0$ dans la solution de Schwarzschild, il faut se demander si l'on dispose d'éléments d'observation en faveur de la réalité de leur existence. On distingue trois types de trous noirs d'origines et de caractéristiques bien différentes:

- ▷ Les trous noirs dits primordiaux, qui auraient pu être formés à l'origine de l'Univers, au moment où sa densité était considérable.
- ▷ Les trous noirs de taille stellaire, résidus de l'effondrement de supernovæ trop lourdes pour subsister sous l'état d'étoiles à neutrons.
- ▷ Les trous noirs de taille galactique, de masse de $10^6 M_\odot$ à $10^9 M_\odot$, où l'accrétion de matière a pu fournir les quantités énormes d'énergie dissipée par les quasars, ou les NAG (noyaux actifs de galaxies – AGN sigle anglais)

Nous n'aborderons pas le premier type, pour lequel il n'existe aucune indication observationnelle à ce jour.

Par contre, nous examinerons la solidité de l'argumentation en faveur de l'existence des trous noirs stellaires ou galactiques, pour lesquels les problèmes se posent de façon très différente.

1.23 Condensation des amas et des galaxies

Il s'agit ici des 4 objets les plus lourds recueillis lors de la simulation.

(astro-ph/9912563)

On voit que la matière hadronique a tendance à se concentrer plus vite que l'amas au centre.

La question est de savoir si et comment se forme un trou noir, et le rôle exact qu'il joue dans la structuration de la galaxie.

Il y a très clairement des trous noirs importants à l'« âge des quasars » à $t = 3 \text{ Ga}$ ($z = 2$). Mais les galaxies les plus vieilles sont observées à l'âge de 1 Ga ($z = 5, 5$). Quel est le rapport entre les deux ???

Le modèle d'accrétion qui semble fonctionner à l'échelle stellaire pourrait bien fonctionner à l'échelle galactique. Le schéma suivant montre comme il permet de recevoir du centre de la Galaxie un rayonnement relativement intense dans les bandes X et radio, tout en évitant la bande IR. Il est plus facile de se faire une idée claire sur ce qui se passe à l'échelle stellaire

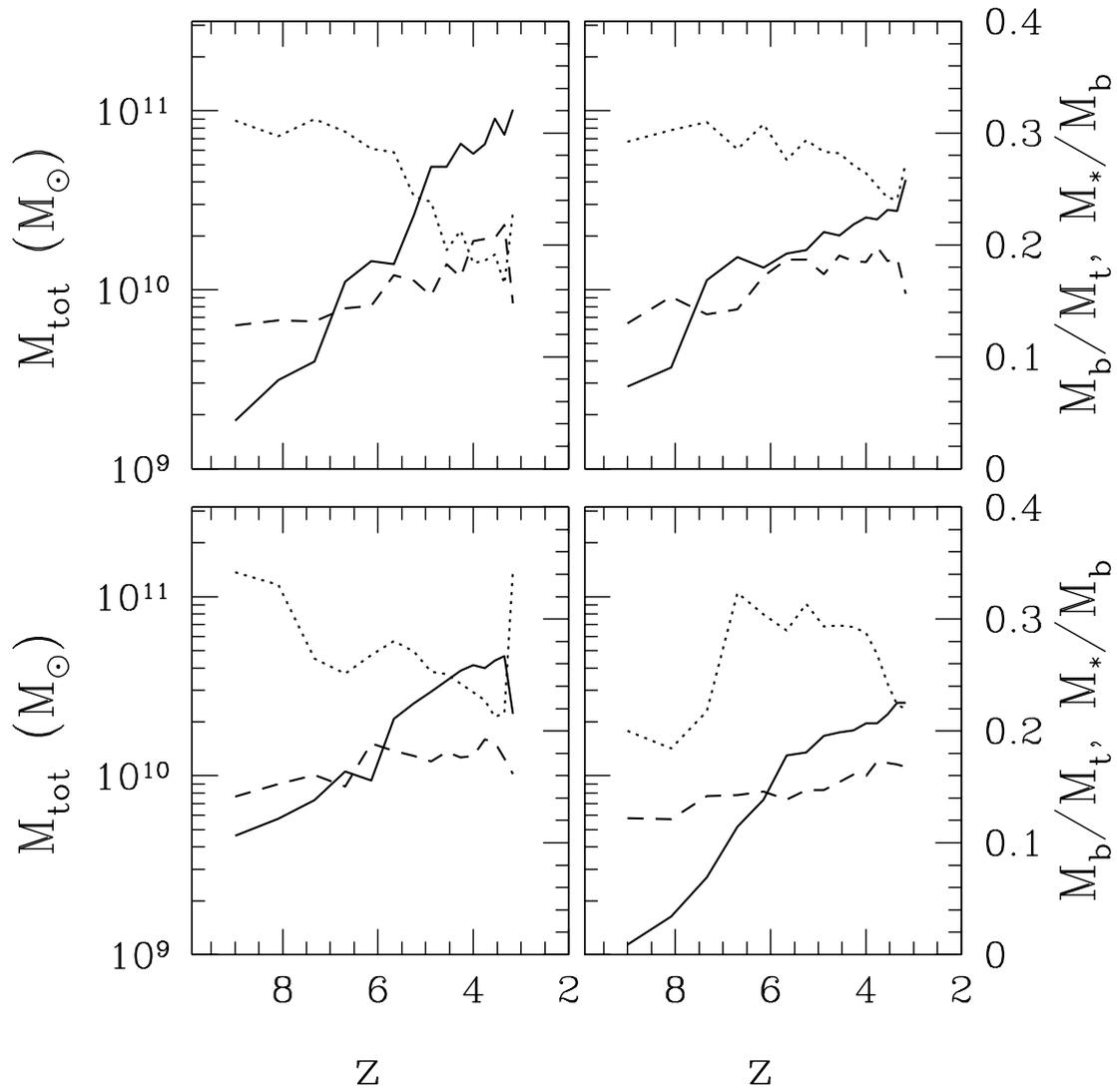


Figure 52: Simulations numériques de la condensation d'un bulbe de galaxie dans un amas.

En trait plein, masse de l'amas;
 En tirets, fraction baryonique de la masse totale;
 En pointillé, fraction stellaire de la masse baryonique.

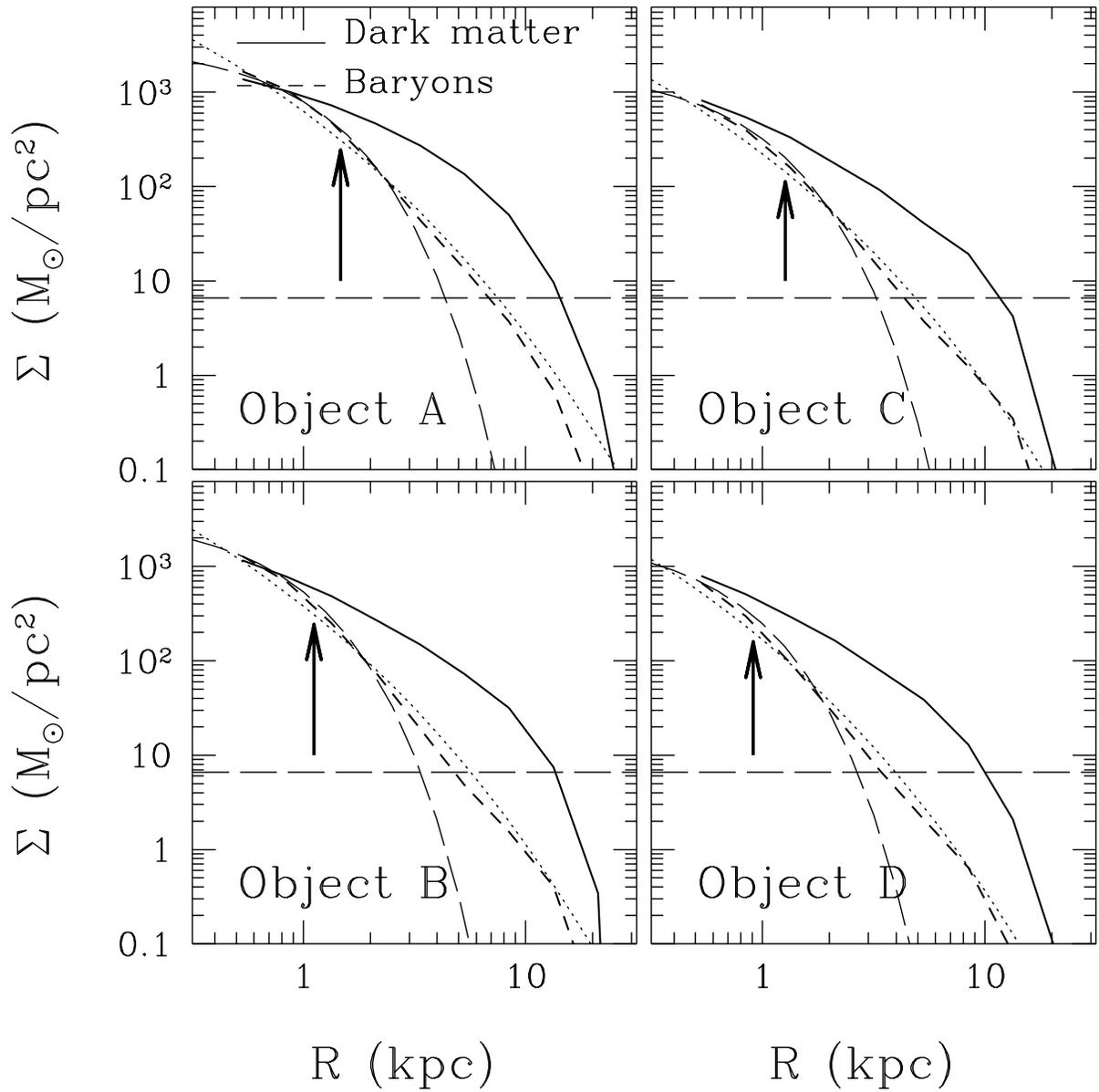


Figure 53: Densité en fonction du rayon à $z = 3, 8$. La ligne horizontale trace la densité moyenne baryonique dans le volume de l'amas.

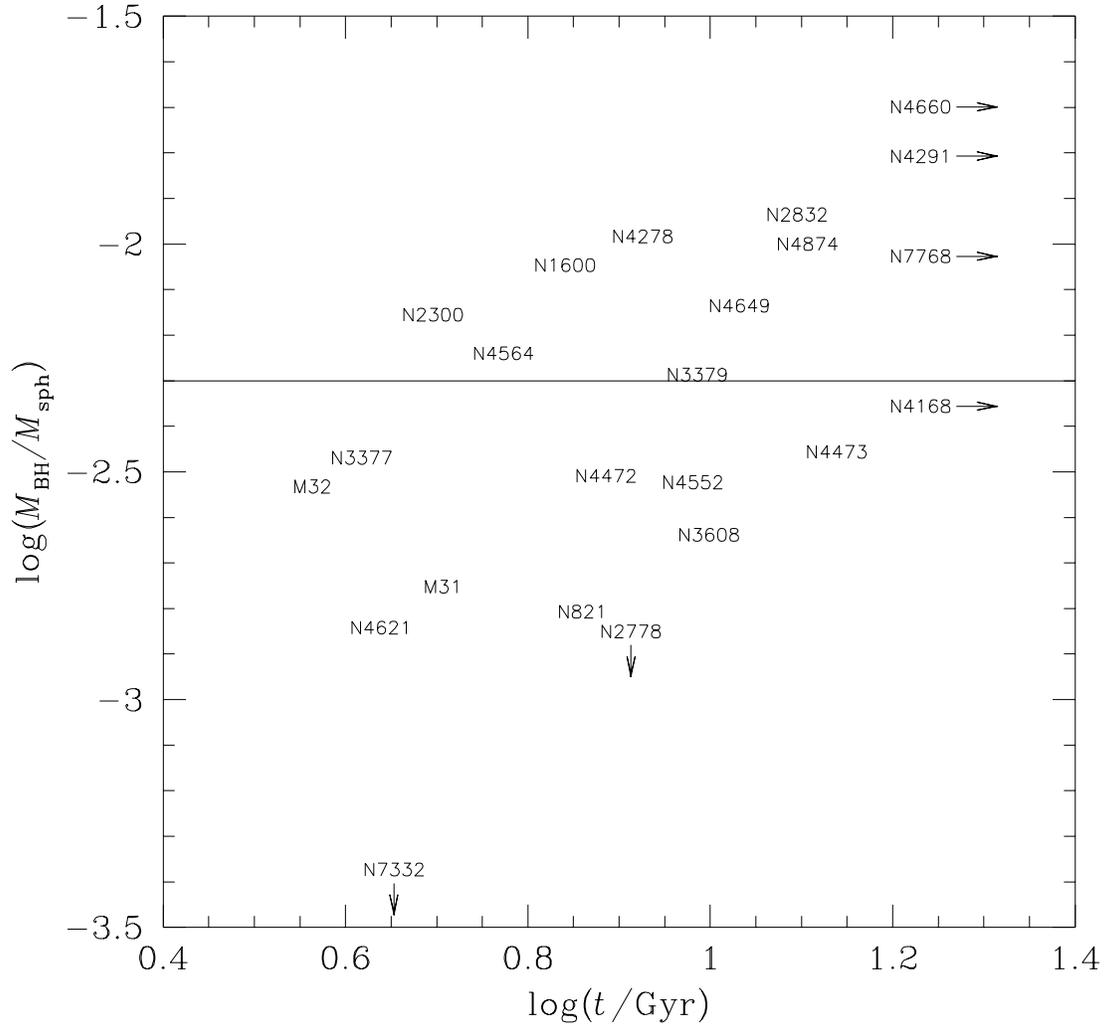


Figure 54: Rapport des masses du trou noir central à la masse totale du bulbe, en fonction de l'âge spectral des galaxies (échantillon homogène de Magorrian et al., A.J. **115** (1998) 2285)

qu'à l'échelle galactique. Il est possible qu'il y ait à cette échelle des phénomènes de types différents, qui ne rentrent pas dans un schéma d'explication unique.

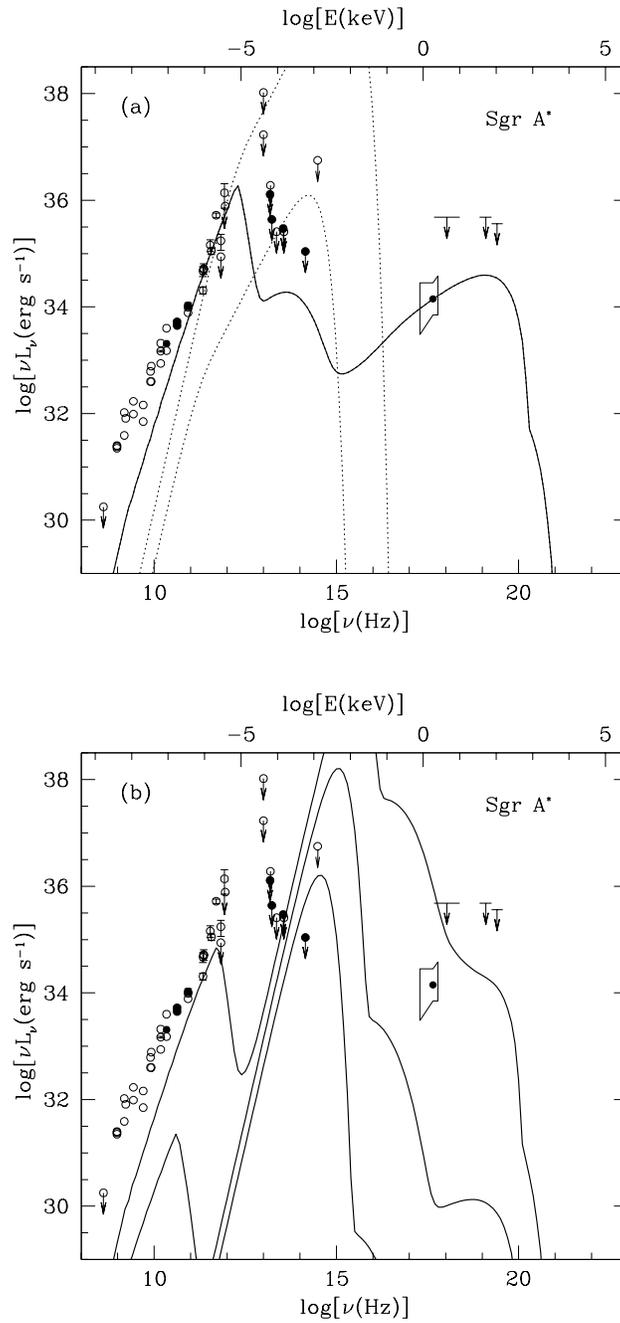


Figure 55: Comparaison de modèles pour SgrA* (le centre de notre Voie Lactée)
 En haut, calcul ADAF pour $\dot{m} = 1.3 \cdot 10^{-4}$ (rapporté à la limite d'Eddington).
 En bas, spectres correspondants, en supposant l'énergie captée par l'ADAF
 re-rayonnée à $3 R_{\text{Schw}}$ par une surface éventuelle.
 De haut en bas, tracés pour $\dot{m} = 10^{-4}$, 10^{-6} , 10^{-8} . Tous ces tracés
 dépassent les limites expérimentales dans l'infrarouge.

1.24 Les trous noirs stellaires

Quand une étoile a brûlé tout son combustible nucléaire, et que les particules α se sont regroupées dans les noyaux les plus stables, ceux de fer, il n'existe plus aucune force pour la maintenir contre sa propre gravité. Elle s'effondre alors en éjectant une partie de son écorce. Si elle est relativement légère, en-dessous de la masse de Chandrasekhar ($1,4M_{\odot}$), la pression d'exclusion du gaz d'électrons suffit à la maintenir à un rayon beaucoup plus petit que celui d'une étoile normale, de l'ordre d'une petite planète (Naine blanche).

Si la masse dépasse $1,4M_{\odot}$, alors il est plus avantageux énergétiquement de résorber les électrons par réaction β inverse, et de laisser se condenser un gaz de neutrons. On obtient une étoile à neutrons, de l'ordre du kilomètre de rayon. Ceci ne dépasse pas beaucoup le rayon de Schwarzschild pour la masse correspondante. Si la masse dépasse substantiellement $3M_{\odot}$, on estime que la matière nucléaire ne résiste pas à la pression et que le tout s'effondre dans un trou noir.

Le problème est évidemment que nous n'avons aucune notion de l'équation d'état de la matière dans cet état. Il suffirait peut-être que la pression fasse passer cette matière, qui est de façon prédominante sous la forme de neutrons, en plasma de quarks et de gluons, pour que nous n'ayons plus aucune idée de la compressibilité. Si la matière est beaucoup plus résistante à la pression que prévu, on peut faire croître la masse jusqu'à quelque $100M_{\odot}$ avant la formation d'un trou noir. C'est le cas des « Q-stars » sorte de contre-exemple conceptuel théorique (Bahcall et al.).

La seule façon définitive de trancher serait de démontrer l'existence d'un horizon: ceci peut être atteint en montrant qu'une quantité substantielle de matière tombe sur l'objet compact et disparaît au lieu de rayonner son énergie.

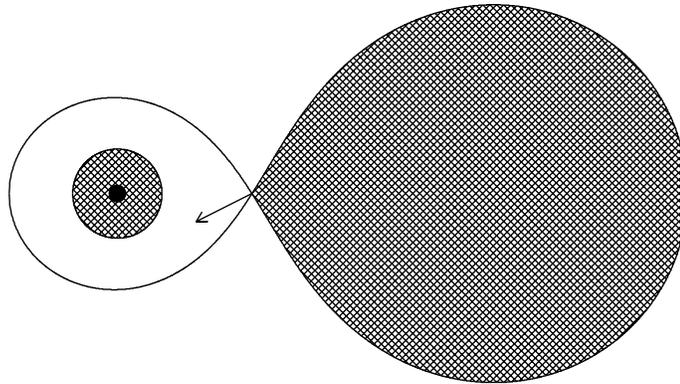


Figure 56: Schéma le plus probable de démonstration de l'existence d'un trou noir stellaire: un système binaire proche est constitué d'un corps compact et d'une étoile en fin de vie, dont le rayon augmente (géante). La surface de celle-ci sort de la limite des forces de marée (lobe de Roche) et tombe (s'accrète) sur le corps compact en gagnant une énergie cinétique considérable.

Si le corps est une étoile à neutrons, cette énergie va se dissiper en énergie thermique et être rayonnée; si c'est un trou noir, rien ne se passera, et la matière sortira de l'horizon avec son

énergie.

En réalité, les choses sont plus complexes que cela, car la matière qui tombe sur le composant compact possède un moment cinétique important. Elle se répartit donc en un disque de gaz froid. C'est la viscosité dans ce disque qui va d'une part permettre à une partie de la matière de perdre son moment cinétique, et donc de tomber sur le corps compact, mais d'autre part contribuer considérablement à son échauffement. Il s'évapore donc vers le centre, formant une couronne très chaude, émettrice de rayons X.

(astro-ph/9912186)

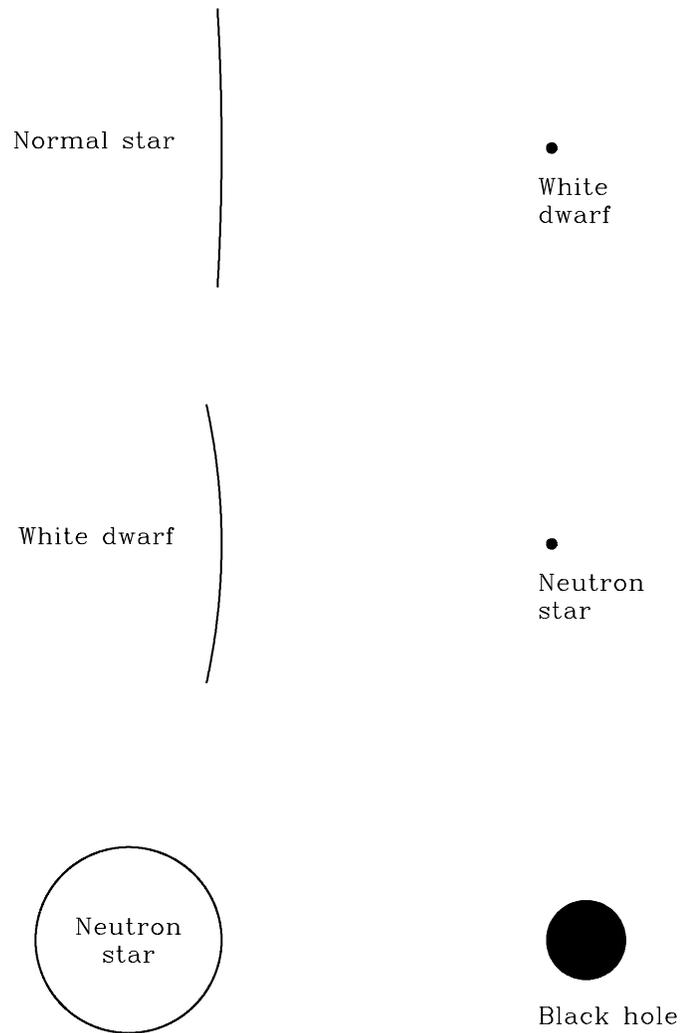


Figure 57: Rayons relatifs d'une étoile normale, d'une naine blanche, d'une étoile à neutrons et d'un trou noir, à la masse de $1,4 M_{\odot}$.

(astro-ph/9912186)

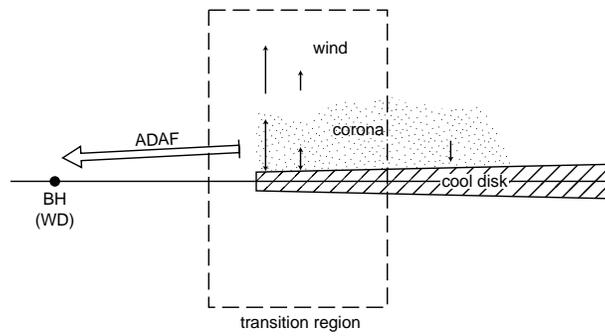


Figure 58: Schéma du disque froid, de la couronne et de l'ADAF

Cette couronne très chaude tombe sur le corps compact en entraînant avec soi une bonne partie de l'énergie interne, capturée par le plasma. C'est ce qu'on appelle ADAF: Advection Dominated Accretion Flow, flux d'accrétion dominé par d'advection. L'advection est précisément ce phénomène d'entraînement de l'énergie, même radiante, par le plasma. On obtient un bilan schématisé des masses tel que suit:

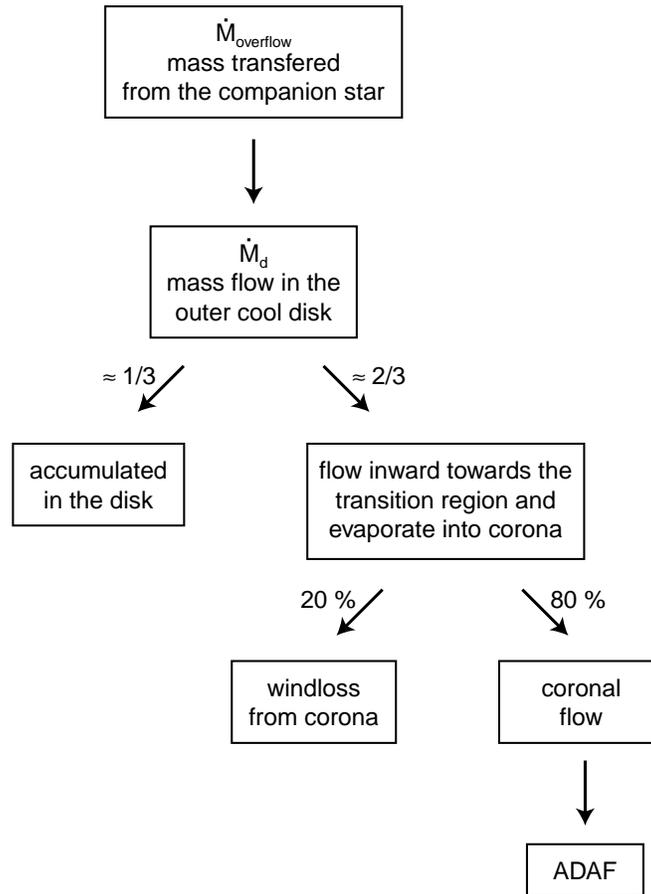


Figure 59: Cascade des masses à l'accrétion (astro-ph/9906305: Meyer et al)

Plus le rayon interne du disque est faible, plus la masse accrétée par unité de temps augmente. Mais à partir d'un certain débit, l'évaporation dans la couronne n'épuise plus le débit du disque, et le disque va jusqu'à l'objet compact – ou tout au moins jusqu'à la plus petite orbite stable –

Ceci correspond à une grande luminosité, mais à un rayonnement relativement mou, car il est dégradé par diffusion multiple de plus en plus importante sur la matière du disque.

Quand le trou existe, la fraction de rayonnement émise au centre est à très haute température. Il peut y avoir instabilité entre les deux régimes, ce qui donne divers types de sources X variables. En fait, la matière peut s'accumuler pendant un certain temps dans le disque (période à basse luminosité, rayons X durs), puis se décharger directement au-dessus du seuil (période à haute luminosité, spectre mou).

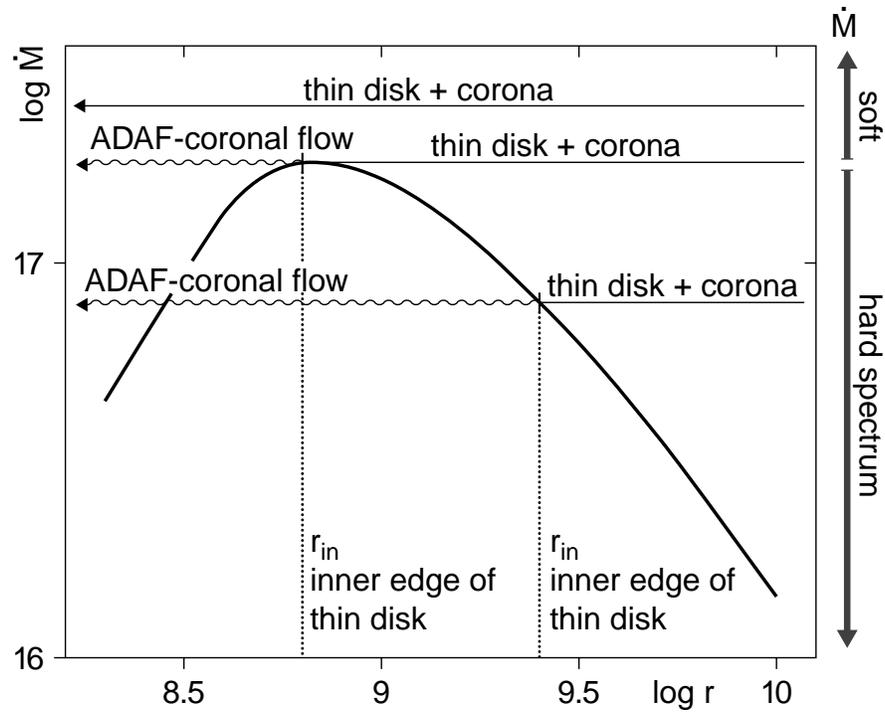


Figure 60: Variations de la masse accrétée par unité de temps en fonction du rayon interne du disque

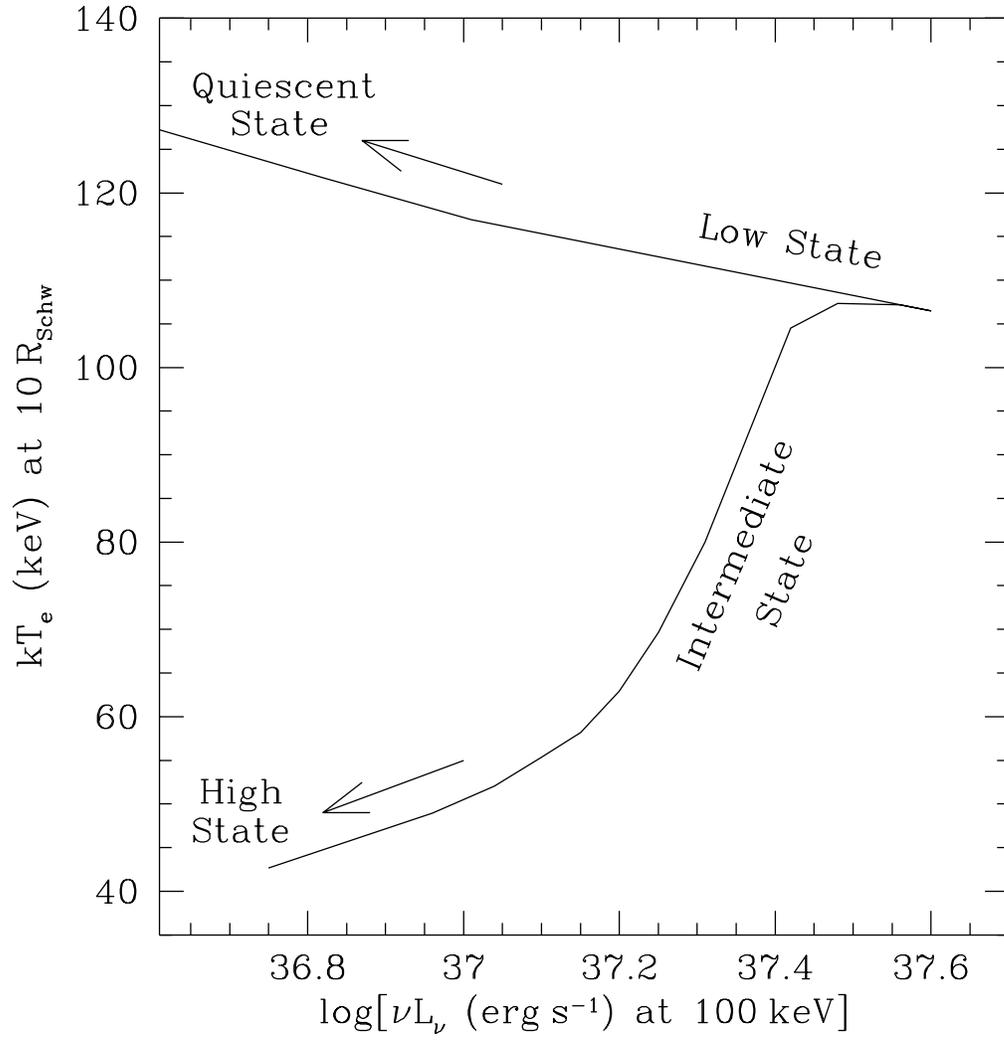


Figure 61: Température des électrons dans un ADAF à $10 R_{\text{Schw}}$ en fonction de la luminosité spécifique à 100 keV.

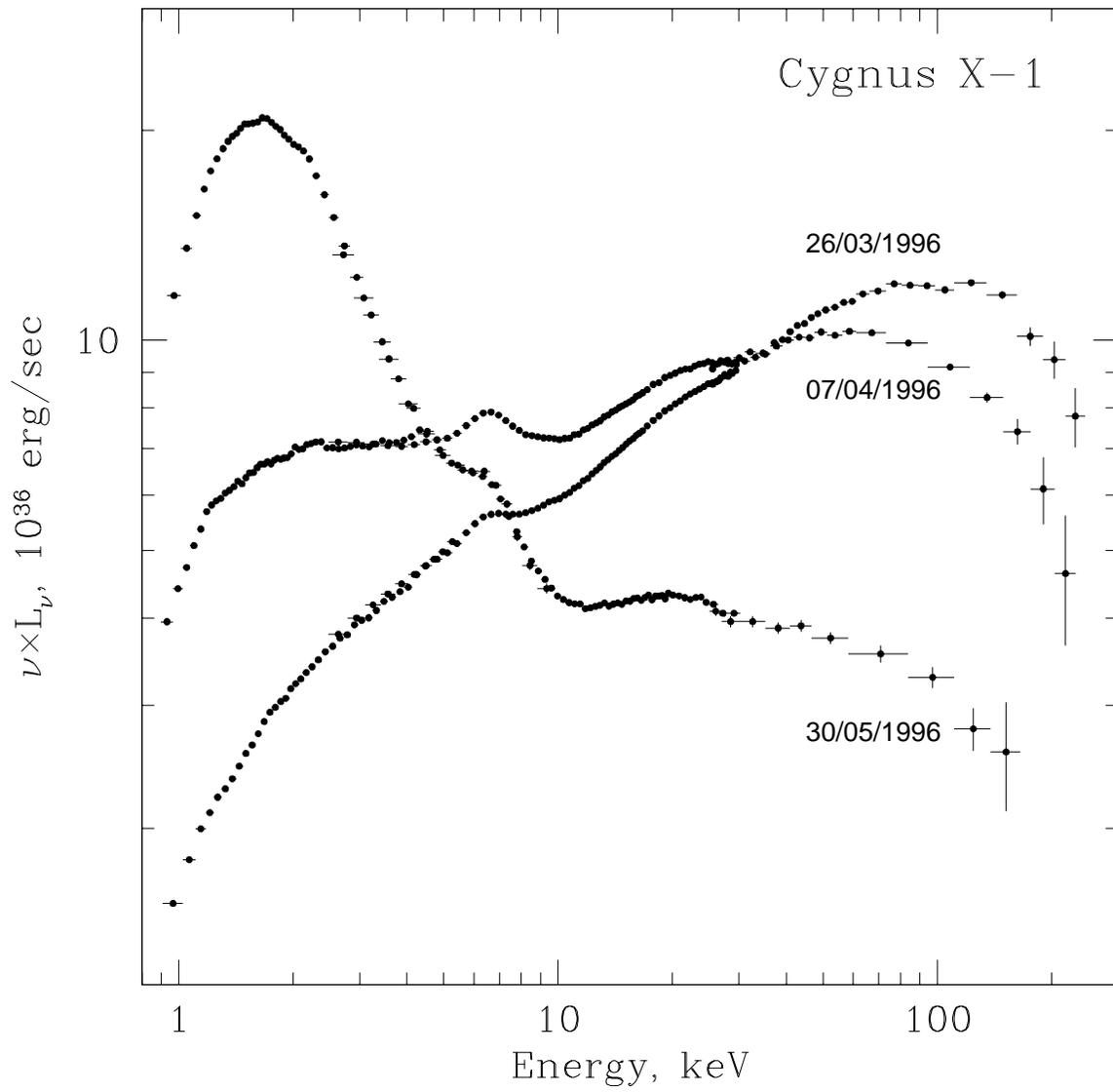


Figure 62:

Variations du spectre X de Cygnus X-1
(astro-ph/0002053)

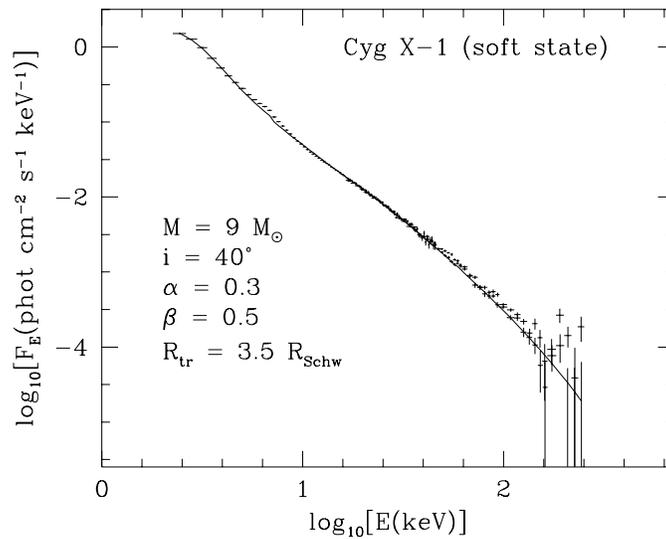
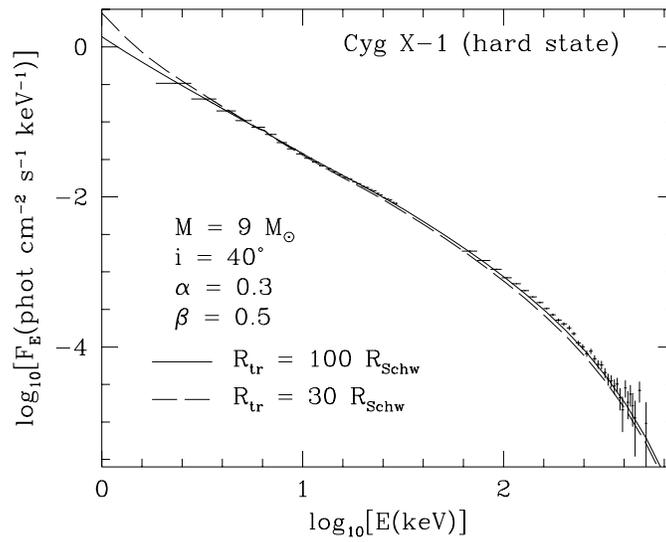


Figure 63: Spectres de Cyg X-1 observés par Ginga et OSSE (6/7/91) dans l'état bas/dur, et par PCA/HEXTE le 22/5/96 dans l'état haut/mou

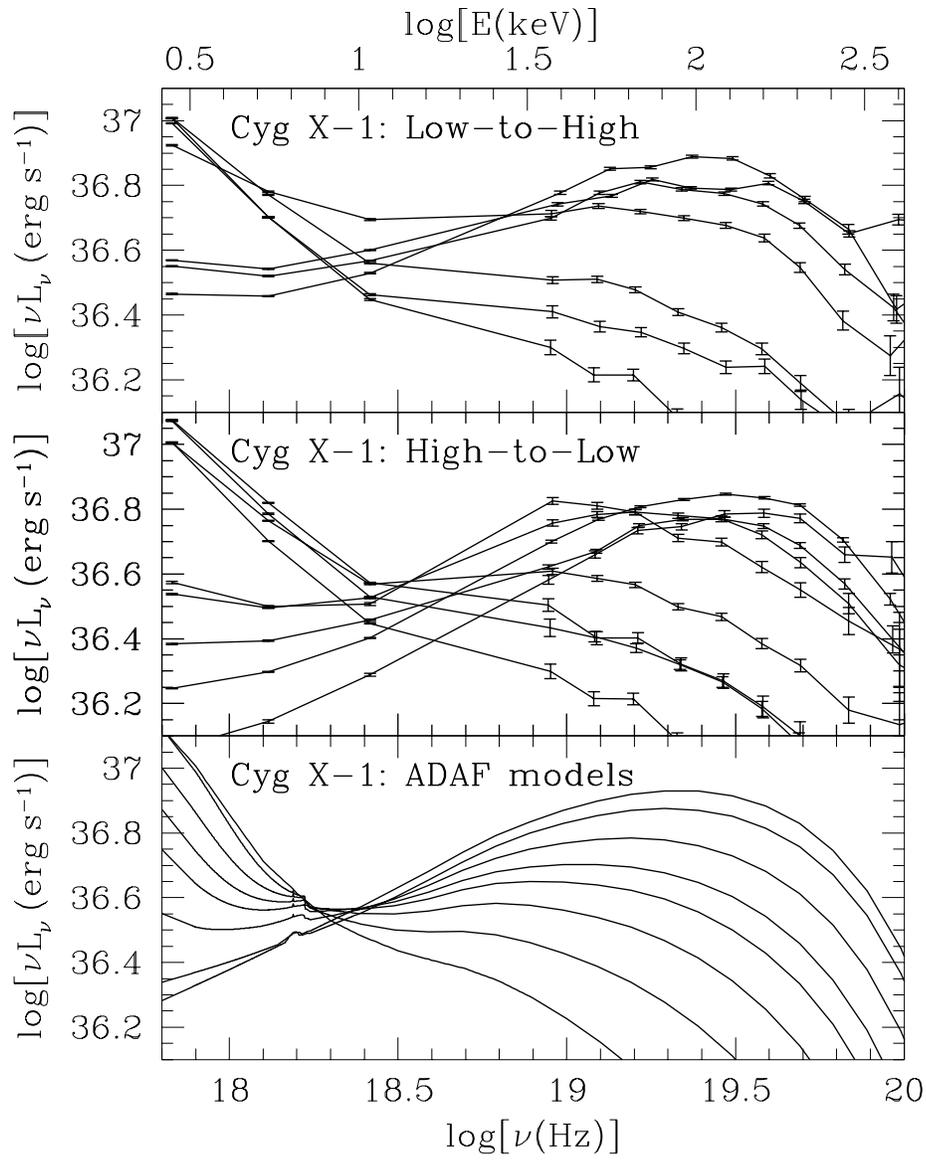


Figure 64:

Calcul des transitions de Cyg X-1 par un modèle ADAF.
 De haut en bas (observations RXTE/ASM et BATSE):
 Transition basse luminosité (X durs) → haute (X mous)
 Transition haute luminosité (X mous) → basse (X durs)
 Séquence de modèles ADAF. Noter que le modèle ADAF ne suit pas
 l'hystérésis du pic de puissance.
 (Esin et al. astro-ph/9711167)

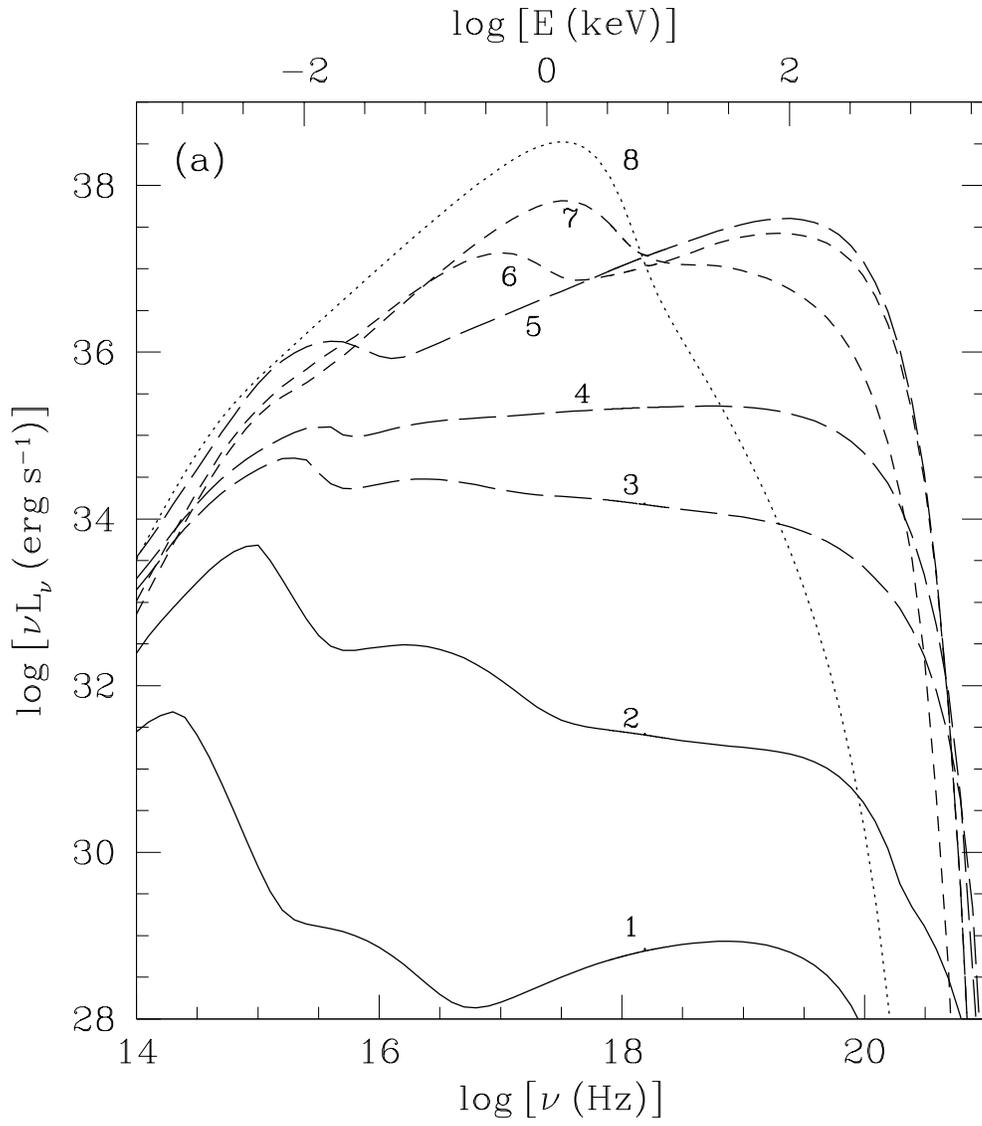


Figure 65:

Séquence de spectres ADAF:

État	N°	$\log r_{tr}$	\dot{m}
Repos	1	3,9	10^{-4}
d°	2	3,2	10^{-3}
Bas	3	2,3	0,01
d°	4	1,9	0,03
d°	5	1,5	0,11
Interm.	6	1	0,12
d°	7	0,5	0,12
Haut	8	0,5	0,4

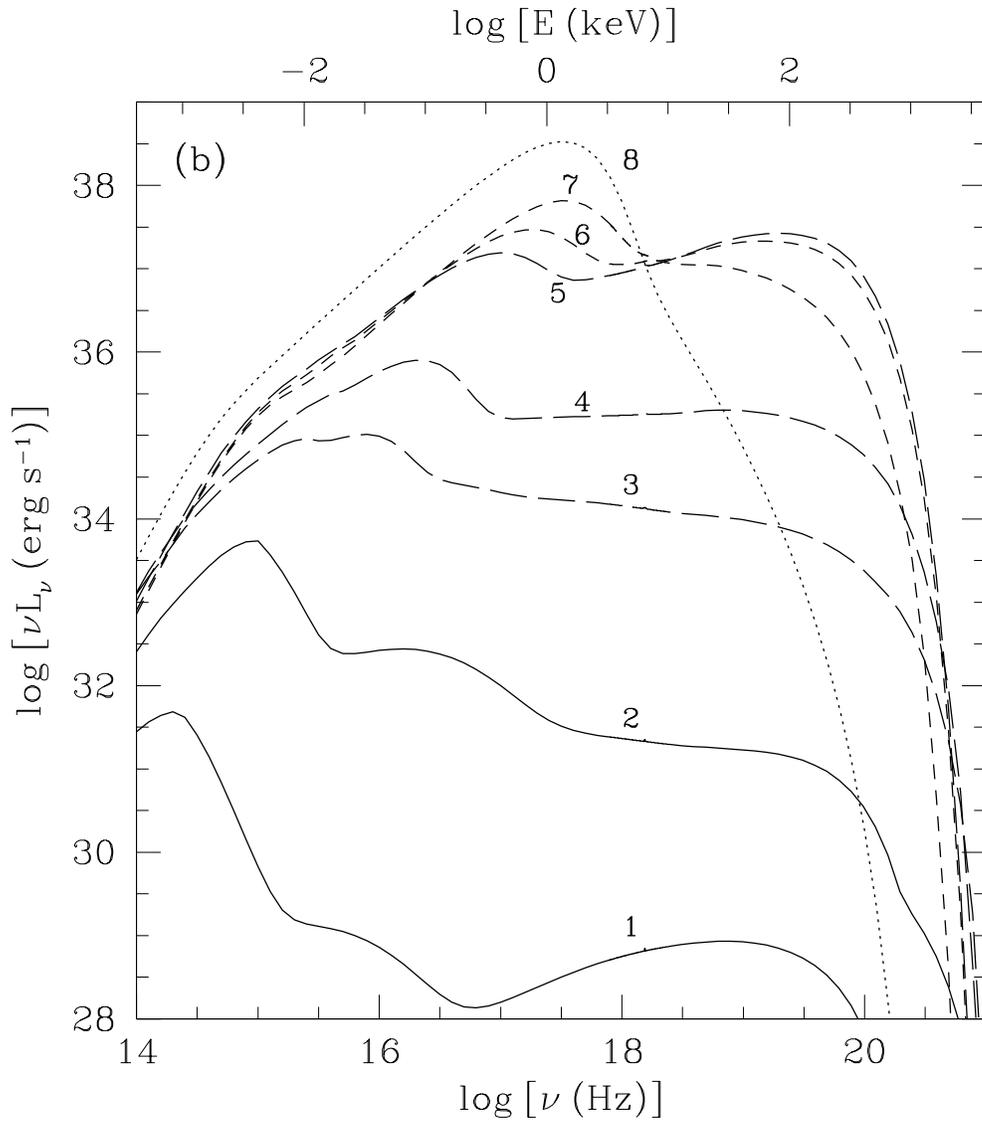


Figure 66:

Autre séquence de spectres ADAF:

Etat	N°	$\log r_{tr}$	\dot{m}
Repos	1	3,9	10^{-4}
d°	2	3,2	10^{-3}
Bas	3	2,3	0,01
d°	4	1,9	0,03
d°	5	1,5	0,11
Interm.	6	1	0,12
d°	7	0,5	0,12
Haut	8	0,5	0,4

(Esin et al. astro-ph/9711167)

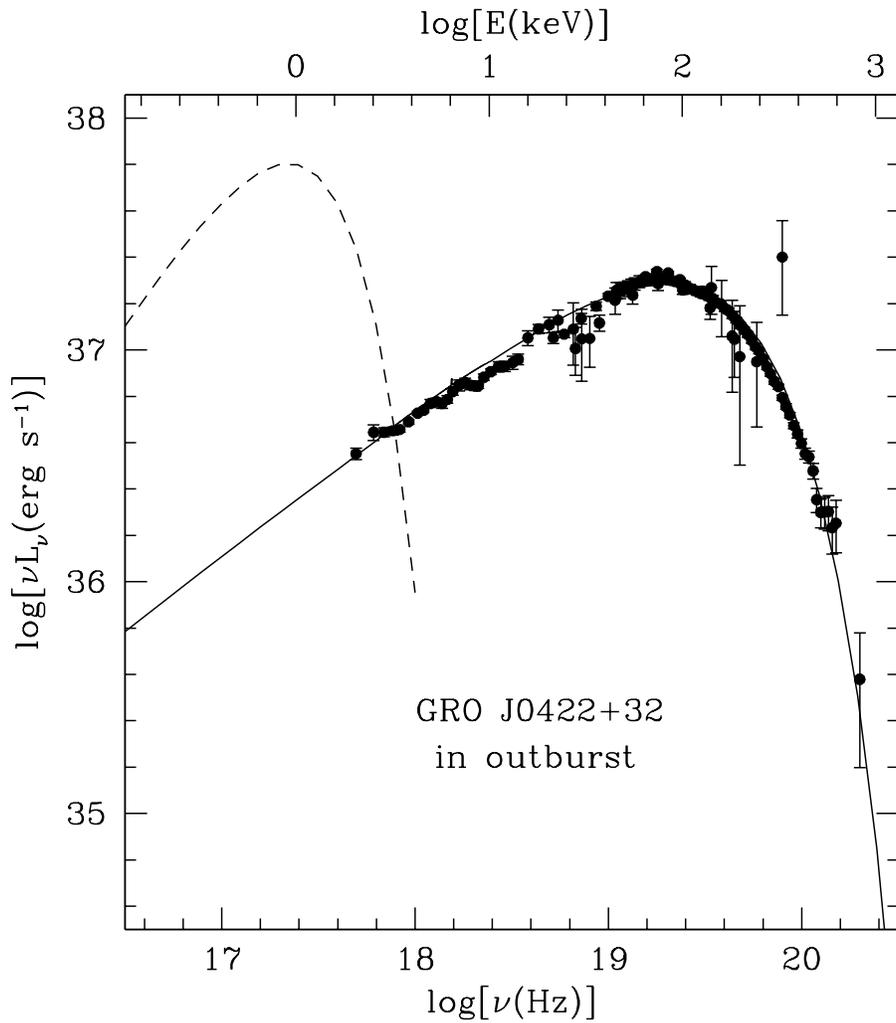


Figure 67: Comparaison du spectre ADAF avec un spectre de rayonnement thermique du disque pendant l'épisode dur de J0422+32 (étoile à rayonnement transitoire X mou, ou SXT), et avec les points de mesure (en tirets, résultat en supposant la seule existence d'un disque mince). Ce système est pris à son stade de haute luminosité. Il possède néanmoins toutes les caractéristiques du stade dur. Ceci peut s'interpréter par des variations considérables du taux d'accrétion \dot{m} , qui n'atteignent pas toutefois le seuil d'instabilité radiale du trou du disque. L'existence de variations de \dot{m} dans ce système montre un mécanisme possible de cause des changements de régime de systèmes plus proches du point d'instabilité. La forme du spectre est une puissance coupée par une exponentielle qui donne la température des électrons de plus haute énergie.

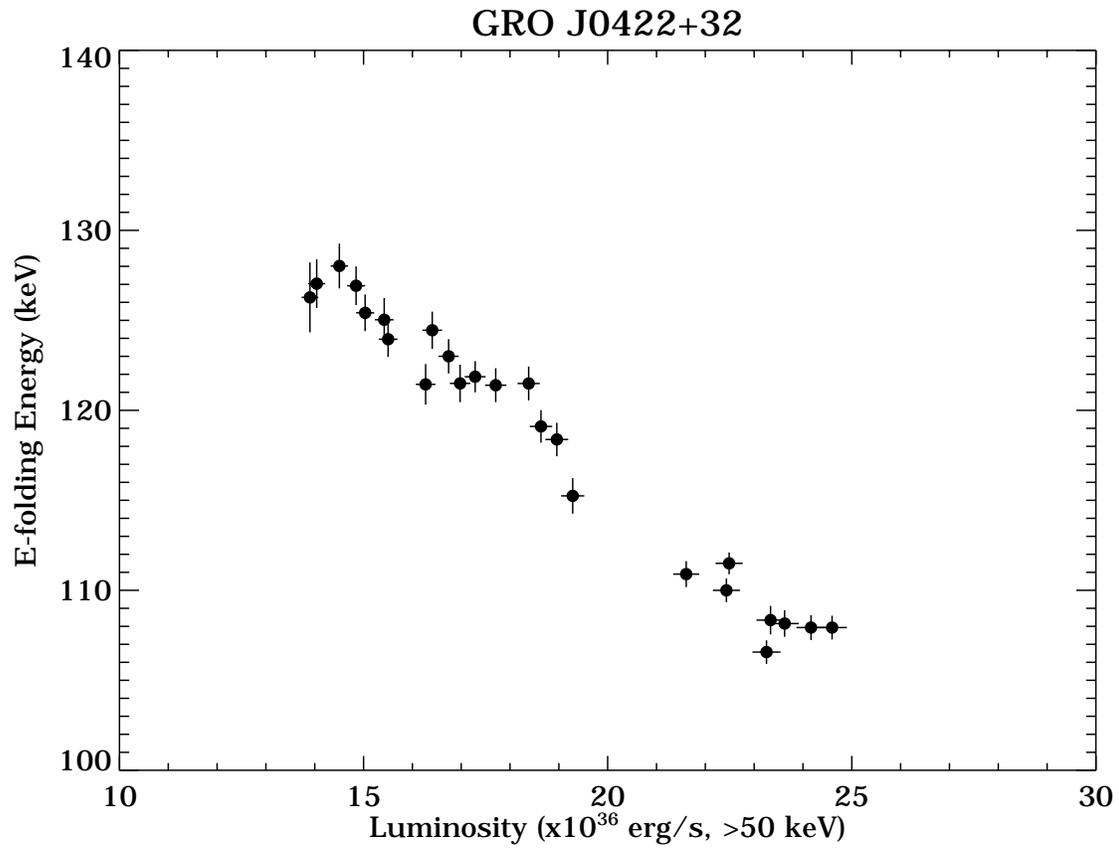


Figure 69: Raison de l'exponentielle de coupure en fonction de la luminosité après le sursaut de GRO J0422+32.

Le fait que ce soit une fonction décroissante montre qu'il s'agit d'une baisse de luminosité par assèchement de la source \dot{m} . Comparer avec le schéma 61, p. 75.

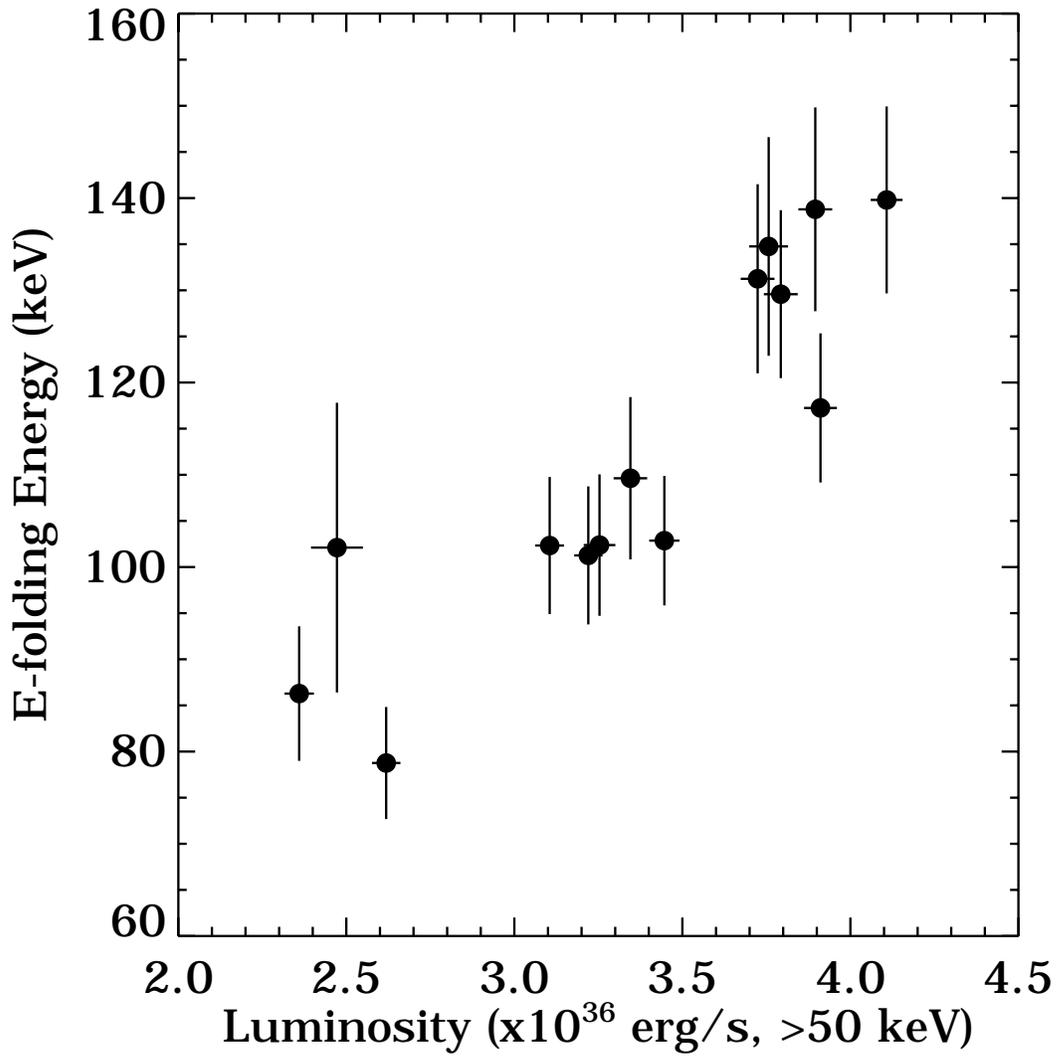


Figure 70: Raison de l'exponentielle de coupure en fonction de la luminosité après un sursaut secondaire de GRO J1719-24.

Le fait que ce soit une fonction croissante montre qu'il s'agit d'une remontée de luminosité par remontée temporaire vers l'état haut. Comparer avec le schéma 61, p. 75.

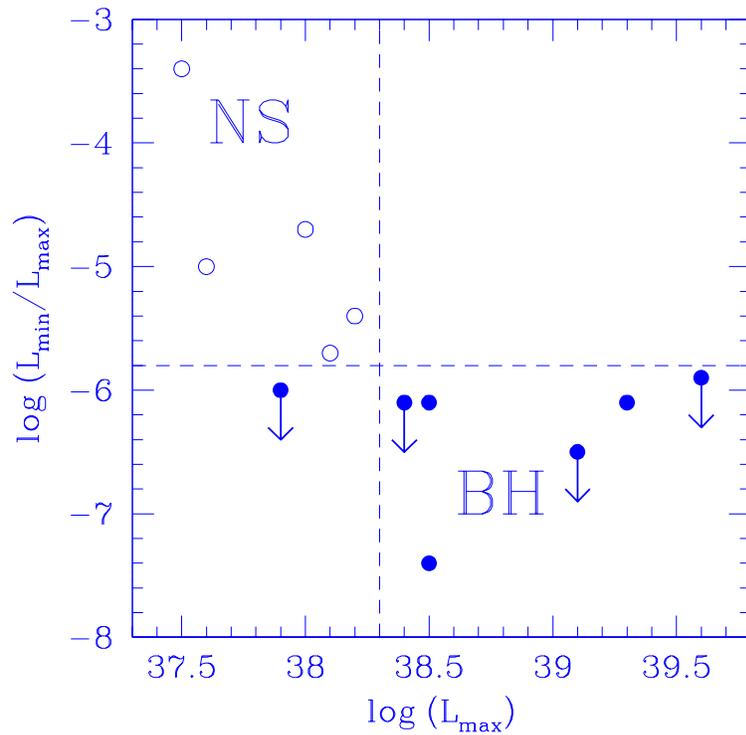


Figure 71: Rapport des luminosités extrêmes en fonction de \mathcal{L}_{max} .
 Ce rapport distingue deux populations : l'une est censée avoir des étoiles à neutrons (NS) dont la surface rediffuse un minimum d'énergie même dans l'état bas, l'autre des trous noirs (BH), où l'ADAF traverse l'horizon sans incident, ce qui rend la luminosité minimale extrêmement faible, et ce pour des objets intrinsèquement plus lumineux, les trous noirs étant plus lourds que les étoiles à neutrons.